

УДК 629.7.05

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОСАДОЧНОГО МОДУЛЯ С БЕСПЛАТФОРМЕННЫМ ИНЕРЦИАЛЬНЫМ БЛОКОМ

Лысова А.А., Пашнин С.В.

ФГБОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет
(национальный исследовательский университет)»,
Челябинск, e-mail: lysovaaa@susu.ru, pashninsv@susu.ru

Целью исследования является оценка точности системы управления посадочным модулем с бесплатформенным инерциальным блоком. Рассматривается модель движения посадочного модуля под воздействием гравитации и аэродинамических сил во время посадки в атмосферной зоне без учета работы системы стабилизации. Посадочный модуль представляет собой летательный аппарат, система управления которого содержит бесплатформенную инерциальную навигационную систему, на выходе которой имеются необходимые для формирования управления параметры. Управление является аэродинамическим, оно осуществляется путем изменения пространственного угла атаки и угла крена, на которые накладываются ограничения по максимальному значению и скорости изменения. Описывается процедура формирования аэродинамического управления, приводятся результаты моделирования управляемого движения и оценивается влияние шага формирования управления на его точность. В статье описывается расчет навигации с использованием бесплатформенной инерциальной навигационной системы и результаты моделирования ее работы. Проведена оценка влияния на точность системы инструментальных погрешностей акселерометров и датчиков угловой скорости, а также ошибок задания начальной ориентации, а также влияния формы траектории движения. Оценена точность системы управления в целом. Результаты данной работы могут быть использованы при формировании тестовых траекторий посадочного модуля на атмосферном участке при заданных начальных и конечных параметрах движения.

Ключевые слова: бесплатформенная инерциальная навигационная система, погрешности в определении скорости, определении координат, определении угловой ориентации

EVALUATION OF THE ACCURACY OF THE CONTROL SYSTEM OF THE LANDER WITH A STRAPLESS INERTIAL UNIT

Lysova A.A., Pashnin S.V.

South Ural State University (National Research University),
Chelyabinsk, e-mail: lysovaaa@susu.ru, pashninsv@susu.ru

The purpose of the study is to evaluate the accuracy of the control system of the lander with a strapless inertial unit. A model of the lander's motion under the influence of gravity and aerodynamic forces during landing in an atmospheric area is considered without taking into account the operation of the stabilization system. The lander is an aircraft. The hypothetical aerodynamic and dimensional-mass characteristics of the aircraft are set. The control system of the aircraft contains a free-form inertial navigation system, the output of which has the necessary parameters for control formation. The control is aerodynamic, it is carried out by changing the spatial angle of attack and the angle of roll, which are subject to restrictions on the maximum value and speed of change. The motion of the aircraft during landing in an atmospheric area is considered without taking into account the operation of the stabilization system. The procedure for the formation of aerodynamic control is described, the results of modeling controlled motion are presented, and the influence of the control formation step on its accuracy is evaluated. The article describes the calculation of navigation using a strapless inertial navigation system and the results of modeling its operation. The evaluation of the influence on the accuracy of the system of instrumental errors of accelerometers and angular velocity sensors and errors in setting the initial orientation, as well as the influence of the shape of the trajectory, was performed. The accuracy of the control system as a whole is evaluated.

Keywords: strapless inertial navigation system, errors in determining speed, determining coordinates, determining angular orientation

Введение

Посадочный модуль (ПМ) в виде летательного аппарата (ЛА) совершает посадку на Землю. В точке входа в атмосферу известны параметры движения ПМ. Определение текущих параметров движения осуществляется по информации, поступающей с бесплатформенного инерциального блока (БИБ), посредством бортового вычисли-

тельного цифрового комплекса (БЦВК), то есть при помощи бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС). Считается, что на момент входа в атмосферу ошибки БИНС в определении координат и скоростей полностью скомпенсированы, а ошибки углового положения скомпенсированы полностью или с конечной точностью.

На основе программно-математической модели движения было сформировано два варианта управления, приводящие ЛА в заданную точку на поверхности Земли. В варианте 1 реализован известный алгоритм «прямого наведения» [1, с. 129], а для варианта 2 был разработан алгоритм управления, позволяющий уложиться в ограничение на величину угла наклона траектории [2]. Для обоих вариантов управления была проведена оценка его точности в зависимости от шага формирования.

Вдоль полученных траекторий движения ЛА симитированы показания БИБ, по которым осуществляется расчет текущей навигации и ориентации посредством реализованного алгоритма БИНС. На полученных вариантах траектории движения ЛА произведена оценка влияния на точность БИНС инструментальных ошибок акселерометров и ДУС и погрешностей задания начальной угловой ориентации, а также влияния формы траектории движения. На основе данных о точности управления и точности БИНС была произведена оценка точности системы управления в целом.

В работе приняты следующие глобальные допущения: не учитывается суточное вращение Земли; не учитывается влияние ветра; поверхность Земли представляет собой сферу.

Цель исследования – оценка точности системы управления посадочного модуля с бесплатформенным инерциальным блоком.

Материалы и методы исследования

БИНС представляет собой БИБ и алгоритм БИНС, реализуемый в БЦВК. БИБ, в свою очередь, содержит акселерометры и датчики угловой скорости (ДУС) в количестве, необходимом для получения полной информации о поступательном и угловом движениях объекта. С помощью ДУС возможно получение (пересчет) информации об угловой ориентации объекта относительно инерциальной системы координат (ИСК) и пересчет приращения кажущейся скорости (по информации, поступающей с акселерометров) из связанной системы координат (ССК) в ИСК [3, с. 54, 56]. В целом получаем навигационную информацию в виде координат и скорости объекта управления в ИСК. Информация, поступающая с акселерометров и ДУС, является входной для алгоритма БИНС. В данной работе считаем, что БИБ состоит из трех акселерометров и трех ДУС, оси чувствительности ко-

торых ортогональны и расположены по связанным осям ЛА.

Точность БИНС в определении координат и скоростей вычисляется по следующим формулам (параметры движения, получаемые путем интегрирования уравнений движения, считаются траекторными (идеальными) и обозначаются с нижним индексом «ТР», а параметры движения, получаемые с алгоритма БИНС, обозначаются с нижним индексом «Б»):

$$\begin{aligned}\Delta V_{x_g} &= V_{x_{гБ}} - V_{x_{гТР}}; \\ \Delta V_{y_g} &= V_{y_{гБ}} - V_{y_{гТР}}; \\ \Delta V_{z_g} &= V_{z_{гБ}} - V_{z_{гТР}}; \\ \Delta V &= \sqrt{(\Delta V_{x_g})^2 + (\Delta V_{y_g})^2 + (\Delta V_{z_g})^2}; \\ \Delta x_g &= x_{гБ} - x_{гТР}; \\ \Delta y_g &= y_{гБ} - y_{гТР}; \\ \Delta z_g &= z_{гБ} - z_{гТР}; \\ \Delta r &= \sqrt{(\Delta x_g)^2 + (\Delta y_g)^2 + (\Delta z_g)^2},\end{aligned}$$

где ΔV_{x_g} – ошибка БИНС в определении x -составляющей скорости в земной системе координат (ЗСК); ΔV_{y_g} – ошибка БИНС в определении y -составляющей скорости в ЗСК; ΔV_{z_g} – ошибка БИНС в определении z -составляющей скорости в ЗСК; ΔV – ошибка БИНС в определении скорости в ЗСК; Δx_g – ошибка БИНС в определении координаты x в ЗСК; Δy_g – ошибка БИНС в определении координаты y в ЗСК; Δz_g – ошибка БИНС в определении координаты z в ЗСК; Δr – ошибка БИНС в определении местоположения в ЗСК.

Таким образом, по формулам (1) производится оценка точности БИНС в определении скорости и геометрических координат.

Для расчета точности БИНС в определении углового положения на выходе алгоритма БИНС имеется матрица T перехода от ССК к ЗСК, вычисляемая путем решения матричного уравнения Пуассона [4, с. 55], которую обозначим T_B в соответствии с принятым выше. Траекторная матрица T_{TP} выражается следующим образом:

$$T_{TP} = D_{TP}^T \quad (2)$$

где D_{TP}^T – траекторная матрица D .

Введем произведение матриц

$$\Delta M = (T_{TP}^T) \cdot \left(\frac{1}{\det|T_B|} T_B \right) = D_{TP} \cdot \left(\frac{1}{\det|T_B|} T_B \right) = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

результатом которого является матрица ΔM . Матрицу ΔM назовем матрицей углового расхождения, которая характеризует отличие матрицы T_B от матрицы T_{TP} . В формуле (3) для матрицы T_B применена операция нормировки путем деления каждого ее элемента на ее же определитель $\det|T_B|$, так как при численных расчетах в алгоритмах БИНС матрица направляю-

щих косинусов имеет свойство терять ортогональность, и невыполнение операции нормировки привело бы к дальнейшей некорректной оценке угловой погрешности БИНС.

Матрица углового расхождения может быть задана и при использовании матрицы, составленной с помощью параметров Родрига – Гамильтона [5]

$$L = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & \lambda_0^2 + \lambda_2^2 - \lambda_1^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) & \lambda_0^2 + \lambda_3^2 - \lambda_2^2 - \lambda_1^2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – параметры Родрига – Гамильтона, задающие пространственный разворот между угловыми ориентациями, заданными матрицами направляющих косинусов T_B и T_{TP} .

Имеем равенство матриц ΔM (3) и L (4). Две матрицы равны, если равны их соот-

ветствующие элементы: $m_{ij} = l_{ij}$. Таким образом, существует возможность составить необходимое число уравнений для нахождения $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

Путем рассуждений была составлена следующая система для нахождения $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$:

$$\begin{cases} l_{23} - l_{32} = m_{23} - m_{32}, \\ l_{31} - l_{13} = m_{31} - m_{13}, \\ l_{12} - l_{21} = m_{12} - m_{21}, \\ l_{11} + l_{22} = m_{11} + m_{22} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -4\lambda_0\lambda_1 = m_{23} - m_{32}, \\ -4\lambda_0\lambda_2 = m_{31} - m_{13}, \\ -4\lambda_0\lambda_3 = m_{12} - m_{21}, \\ 2(\lambda_0^2 - \lambda_3^2) = m_{11} + m_{22}. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \frac{m_{23} - m_{32}}{-4\lambda_0}, \\ \lambda_2 = \frac{m_{31} - m_{13}}{-4\lambda_0}, \\ \lambda_3 = \frac{m_{12} - m_{21}}{-4\lambda_0}, \\ 2(\lambda_0^2 - \lambda_3^2) = m_{11} + m_{22}. \end{cases} \quad (5)$$

Подставив выражение для λ_3 (третье уравнение системы (5)) в четвертое уравнение системы (5) и решив полученное уравнение, получим выражение для λ_0

$$\lambda_0 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{m_{11} + m_{22} \pm \sqrt{(m_{11} + m_{22})^2 + (m_{12} - m_{21})^2}}, \quad (6)$$

где знаки для λ_0 будут определены чуть позже.

Зная параметры $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, можно вычислить параметры вектора конечного поворота Φ_x, Φ_y, Φ_z с нормой Φ , зная которые можно оценить погрешность БИНС в определении углового положения [6]. Параметры Φ_x, Φ_y, Φ_z вычисляются по следующим формулам:

$$\circ \quad \Phi_x = \frac{\lambda_1 \Phi}{\sin \frac{\Phi}{2}},$$

$$\Phi_y = \frac{\lambda_2 \Phi}{\sin \frac{\Phi}{2}}, \quad (7)$$

$$\circ \quad \Phi_z = \frac{\lambda_3 \Phi}{\sin \frac{\Phi}{2}},$$

$$\circ \quad \Phi = 2 \arccos \lambda_0.$$

Так как используемый при моделировании алгоритма БИНС шаг интегрирования $\Delta t = 4$ мс мал, то от шага к шагу будет мала и норма вектора конечного поворота Φ , а значение $\cos$ малой величины ≈ 1 , то есть $\lambda_0 \approx 1$, $\lambda_0 > 0$, также матрица ΔM будет близка к единичной, поэтому в формуле (7) выбираем знаки «+».

Найдя таким образом параметры Φ_x , Φ_y , Φ_z , по формуле (8) можно вычислить погрешность БИНС в определении углового положения:

$$\Delta\Phi = \sqrt{(\Phi_x)^2 + (\Phi_y)^2 + (\Phi_z)^2}. \quad (8)$$

Вычисление параметров навигации и ориентации, так же как и интегрирование уравнений движения, осуществляется методом Рунге-Кутты 4 порядка с шагом 4 мс. В качестве начальных значений координат вводятся координаты точки входа в атмосферу.

Результаты исследования и их обсуждение

Результаты моделирования работы БИНС представлены на графиках изменения погрешностей БИНС в определении скорости $\Delta V(t)$, определении координат $\Delta r(t)$, определении угловой ориентации $\Delta\Phi(t)$ для вариантов 1 (рис. 1–3, а) и 2 (рис. 1–3, б) траектории движения.

Данные погрешности являются методическими погрешностями алгоритма БИНС [7; 8].

Значения представленных погрешностей БИНС (вариант 1) на конечный момент времени следующие: $\Delta V(t) = 0,12$ м/с, $\Delta r(t) = 7,5$ м, $\Delta\Phi(t) = 0,05'$. Значения методических погрешностей БИНС (вариант 2) на конечный момент времени для данного варианта траектории движения следующие: $\Delta V(t) = 0,05$ м/с, $\Delta r(t) = 1,3$ м, $\Delta\Phi(t) = 0,02'$.

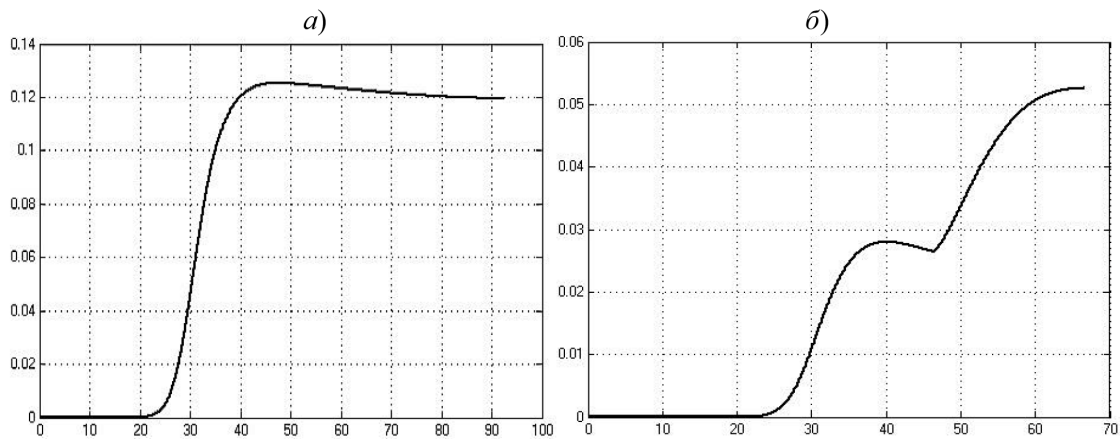


Рис. 1. Графики изменения ошибки $\Delta V(t)$

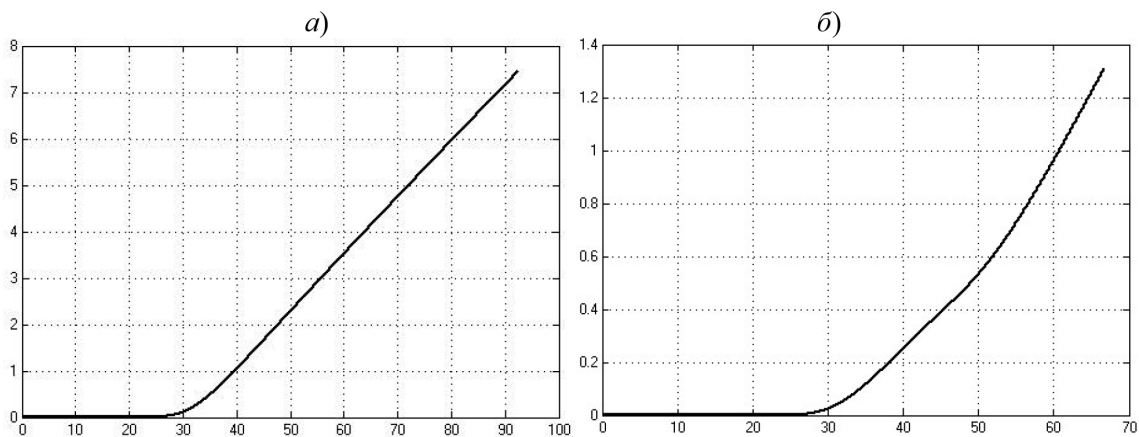


Рис. 2. Графики изменения ошибки $\Delta r(t)$

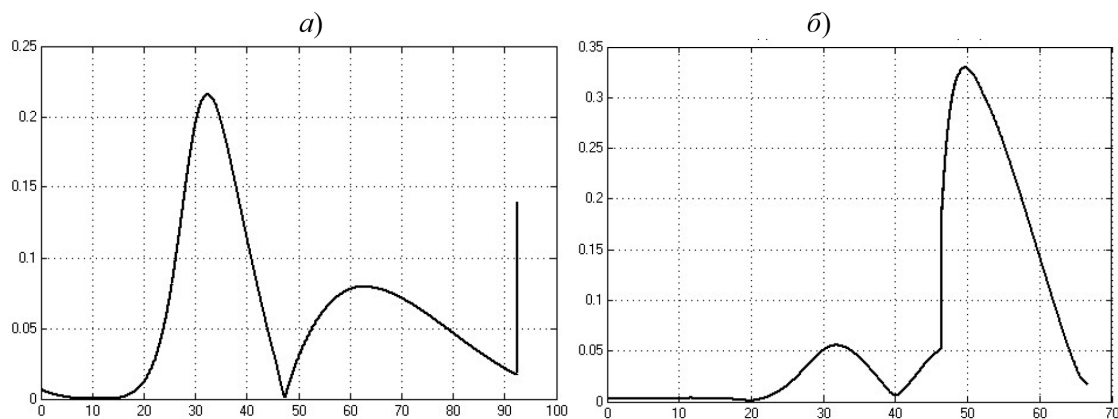


Рис. 3. Графики изменения ошибки $\Delta\Phi(t)$

Величины методических погрешностей небольшие и, как видно из рис. 1–3, мало зависят от начальных условий, поэтому в дальнейшем была проведена их компенсация, чтобы оценить влияние только инструментальных ошибок БИБ и ошибок задания начальной ориентации на точность БИНС.

Проведена оценка влияния ошибок БИБ и погрешности задания начальной ориентации на точность навигации на траектории движения варианта 1, дополнив существующую модель в Simulink Matlab возможностью задавать погрешности смещения нуля и погрешности масштабного коэффициента по каждому акселерометру и ДУС, а также возможностью вносить погрешности задания начальной ориентации.

Анализируя полученные данные, можно сделать следующие выводы:

- при наличии погрешности смещения нуля ΔA_i [8] у i -го акселерометра, максимальные погрешности БИНС возникают по соответствующим i -м составляющим (например, при наличии погрешности ΔA_x – максимальные погрешности в определении координаты x_g и составляющей скорости V_{x_g}); то же справедливо и при наличии δK_{a_i} ;

- наибольшее влияние из инструментальных погрешностей ДУС оказывают инструментальные погрешности ДУС Γ_y и Γ_z , при этом самое сильное влияние оказывает δK_{ω_z} ;

- наибольшее влияние на погрешности БИНС оказывают погрешности задания начальной ориентации $\Delta\psi_k$, $\Delta\vartheta_k$, $\Delta\gamma_k$ (углы рыскания, тангажа и крена) [9] при этом самое сильное влияние оказывает погрешность задания $\Delta\vartheta_k$;

- j -я составляющая погрешностей БИНС от действия k -го фактора со знаком «+» равна j -й составляющей от действия фактора со знаком «–», но с противополо-

жным знаком (например, $\Delta x_g (\Delta A_x) = -\Delta x_g (-\Delta A_x)$); это справедливо для всех составляющих погрешностей БИНС за исключением ΔV , Δr и $\Delta\Phi$;

- погрешности БИНС (3σ) на конечный момент времени при действии всех факторов в определении координат Δr не превышают 234 м, в определении скорости ΔV не превышают 4,1 м/с, в определении угловой ориентации $\Delta\Phi$ не превышают 6,1°.

По изменениям погрешностей БИНС во времени можно отметить следующее:

- резкий рост погрешностей в определении координат и составляющих скорости происходит с момента времени $t \approx 30$ с, что соответствует максимальным перегрузкам по связанным осям;

- погрешность определения ориентации в начальный момент времени равна

$$\Delta\Phi(t_0) = \sqrt{(\Delta\vartheta_k)^2 + (\Delta\psi_k)^2 + (\Delta\gamma_k)^2} \approx 6,56'.$$

Для оценки погрешностей БИНС на траектории движения варианта 2 был применен тот же подход, что и при оценке погрешностей БИНС на варианте 1 траектории движения с единственным отличием в том, что будем задавать факторы, влияющие на точность БИНС, только со знаком «+», так как было выявлено, что j -я составляющая погрешностей БИНС от действия k -го фактора со знаком «+» равна j -й составляющей от действия фактора со знаком «–», но с противоположным знаком.

Анализируя полученные данные, можно сделать такие же выводы, как и по результатам варианта 1 траектории движения. Однако погрешности БИНС на конечный момент времени при действии всех факторов в определении координат Δr не превышают 128 м, в определении скорости ΔV не превышают 3,9 м/с, в определении угловой ориентации $\Delta\Phi$ не превышают 4,9°.

По изменениям погрешностей БИНС во времени аналогично варианту 1 траектории движения можно отметить следующее:

– резкий рост погрешностей в определении координат и составляющих скорости происходит с момента времени $t \approx 30$ с, что соответствует максимальной продольной перегрузке;

– погрешность определения ориентации в начальный момент времени равна

$$\Delta\Phi(t_0) = \sqrt{(\Delta\vartheta_k)^2 + (\Delta\psi_k)^2 + (\Delta\gamma_k)^2} \approx 6,56'.$$

Сравнивая между собой погрешности БИНС, полученные на двух вариантах траектории движения при действии всех факторов, можно отметить, что на варианте 2 погрешность БИНС определения местоположения Δr на конечный момент времени почти в 2 раза меньше, чем на варианте 1, что может быть связано с меньшим временем движения. Ошибки определения скорости ΔV и угловой ориентации $\Delta\Phi$ в обоих случаях приблизительно равны. С точки зрения использования БИНС предпочтительнее использование варианта 2 управления, дающего вариант 2 траектории движения, так как в этом случае время движения до точки цели меньше и меньше погрешность определения местоположения, чем на траектории движения варианта 1.

Результаты показывают, что точность СУ в основном определяется точностью БИНС. Однако управление было сформировано с учетом точных знаний атмосферы, аэродинамических коэффициентов и без учета запаздывания формирования навигации, поэтому влияние этих факторов на точность формирования управления требует дополнительного исследования.

Заключение

В данной работе была проведена оценка точности системы управления посадочного модуля с бесплатформенным инерциальным блоком двух вариантов управления, приводящих ЛА в заданную точку на поверхности Земли. Показано, что предпочтительнее использование варианта 2 управления, так как в этом случае время движения до точки цели меньше и меньше погрешность определения местоположения ЛА.

Результаты данной работы могут быть использованы при разработке требований к БИБ и БЦВК, а также при формировании

тестовых траекторий посадочного модуля на атмосферном участке при заданных начальных и конечных параметрах движения

Для дальнейших исследований возможно уточнение математической модели посредством учета влияния суточного вращения и реальной формы поверхности Земли, учета влияния ветра, учета динамики вращения вокруг центра масс. При формировании управления возможен учет ограничений на величины максимально допустимой перегрузки и аэродинамического нагрева, а также учет запаздывания формирования навигационной навигации. При оценке точности БИНС возможно расширение моделей погрешностей акселерометров и ДУС и использование многошаговых алгоритмов БИНС.

Список литературы

1. Толпегин О.А., Кашин В.М., Новиков В.Г. Математические модели систем наведения ракет. СПб.: Изд-во БГТУ «Военмех» им. Д.Ф. Устинова, 2016. 154 с.
2. Теляков Р.Ф. Разработка алгоритма оптимального управления спуском летательного аппарата в заданную область прицеливания с заданным углом наклона траектории при наличии ошибок измерения параметров движения // Вестник Череповецкого государственного университета. 2015. № 2. С. 38–43. DOI: 10.13140/RG.2.2.14909.84966.
3. Матвеев В.В. Инерциальные навигационные системы. Тула: ТулГУ, 2012. 199 с.
4. Черников С.А., Щеглова Н.Н. Высоточные системы навигации. М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2018. 65 с.
5. Исаев М.А., Исаев А.М., Кудинов Н.В., МIRONENKO P.C. Алгоритм начальной инициализации кватерниона пространственной ориентации в параметрах Родрига – Гамильтона // Вестник Донского технического университета, 2018. Т. 18, № 2. С. 238–245. DOI: 10.23947/1992-5980-2018-18-2-238-245.
6. Санько А.А., Шейников А.А. Определение угловой ориентации в БИНС: сравнение традиционных алгоритмов // Научный Вестник МГТУ ГА. 2022. Т. 25, № 1. С. 77–88. DOI: 10.26467/2079-0619-2022-25-1-77-88.
7. Кутовой В.М., Ситников П.В., Перепелкина С.Ю., Федотов А.А., Коротаева О.Л. Оценивание точности алгоритмов бесплатформенной инерциальной системы ориентации модернизируемых и перспективных средств выведения // Ракетно-космическая техника. 2013. Т. 1, № 1 (2). С. 6. DOI: 32470539.
8. Матвеев В.В. Погрешности бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Приборостроение-2023: материалы 16-й Международной научно-технической конференции (Минск, 22–24 ноября 2023 г.). Минск: БНТУ, 2023. С. 8–10.
9. Матвеев В.В., Погорелов М.Г., Лихошерст В.В., Каликанов А.В., Кирсанов М.Д., Стрельцов Д.С., Колесников А.Г. Реализация алгоритмов ориентации бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Известия ТулГУ. Технические науки. 2022. Вып. 12. С. 85–90. DOI: 10.24412/2071-6168-2022-12-85-92.