

УДК 621.315.55:537.632.3

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СИСТЕМЫ КРУГОВЫХ ТОКОВ

Глушенко А.Г., Глушенко А.А., Глушенко В.А.

ФГБОУ ВО «Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики»,
Самара, e-mail: gag646@yandex.ru

Рассмотрено магнитное поле, формируемое системами соосных кольцевых токов, описываемое уравнениями закона Био – Савара – Лапласа. Показано, что распределение магнитного поля существенно зависит от конфигурации системы и числа кольцевых токов. Установлено, что увеличение числа регулярно расположенных кольцевых токов витков проводника, характерное в конструкциях соленоидов, не является оптимальным для создания участков с однородным магнитным полем. Это позволяет повысить однородность поля специальным расположением кольцевых токов наряду с резким снижением веса конструкции. Получено аналитическое выражение для расчета магнитного поля, создаваемого системой соосных кольцевых токов (модель нерегулярного по диаметру и намотке соленоида), позволяющая оптимизировать конструкцию магнитной системы для создания локально однородного магнитного поля. Проведен расчет распределения магнитного поля по оси многоконтурной системы для различных сочетаний контуров с постоянным током (от одного до пяти). Показано, что существует оптимальная конфигурация структуры всего из трех кольцевых токов, позволяющая создать однородное магнитное поле на участке длиной, равной диаметру кольцевых токов. Полученные результаты позволяют существенно упростить конструкцию существующих устройств для создания однородного магнитного поля и одновременно улучшить однородность создаваемого ими поля.

Ключевые слова: магнитное поле, аналитический расчет, кольцевые токи

MAGNETIC FIELD OF A SYSTEM OF CIRCULAR CURRENTS

Gluschenko A.G., Gluschenko A.A., Gluschenko V.A.

Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara,
e-mail: gag646@yandex.ru

The magnetic field formed by systems of coaxial ring currents, described by the equations of the Biot-Savart-Laplace law, is considered. It is shown that the distribution of the magnetic field essentially depends on the configuration of the system and the number of ring currents. It has been established that an increase in the number of regularly spaced ring currents of the conductor turns, which is typical in the designs of solenoids, is not optimal for creating sections with a uniform magnetic field. This makes it possible to increase the uniformity of the field by a special arrangement of ring currents, along with a sharp reduction in the weight of the structure. An analytical expression is obtained for calculating the magnetic field generated by a system of coaxial ring currents (a model of a solenoid irregular in diameter and winding), which makes it possible to optimize the design of the magnetic system to create a locally uniform magnetic field. The calculation of the distribution of the magnetic field along the axis of a multi-circuit system for various combinations of circuits with direct current (from one to five) is carried out. It is shown that there is an optimal configuration of the structure of only three ring currents, which makes it possible to create a uniform magnetic field in a section with a length equal to the diameter of the ring currents. The results obtained make it possible to significantly simplify the design of existing devices for creating a uniform magnetic field and at the same time improve the uniformity of the field they create.

Keywords: magnetic field, analytical calculation, ring currents

Расчет магнитного поля, создаваемого подвижными зарядами и токами различной конфигурации элементов, является одной из важных прикладных задач физики [1] из-за многочисленного применения в научных исследованиях, физике, технике различного направления [2, 3]. Основным требованием к конструкциям катушек, генерирующих постоянное магнитное поле, является обеспечение максимальной пространственной области однородности поля [4–6]. Для решения этой задачи предложено множество конструкций [7–9]. Виток Ампера (рис. 1–1) является простейшей конструкцией, порождающей однородное магнитное поле. Наиболее часто для генерации однородного магнитного поля используют катушки Гельмгольца, которые

состоят из двух соосных витков тока одного радиуса (рис. 1–2). Установлено, что максимальный объем однородности магнитного поля достигается, когда расстояние между катушками приблизительно равно радиусу катушки.

Катушки Гельмгольца являются основным конструктивным элементом для множества систем, предназначенным для генерации однородного магнитного поля: катушек Бакера (3), катушек МакКихана (4), катушек Браунбека (5) и бипланарных катушек Моргана (6). Аналитическое исследование ограничивается расчетом ограниченного количества моделей [10–12] и проводится обычно численными методами [13–15], что затрудняет исследование физических свойств конкретных структур.

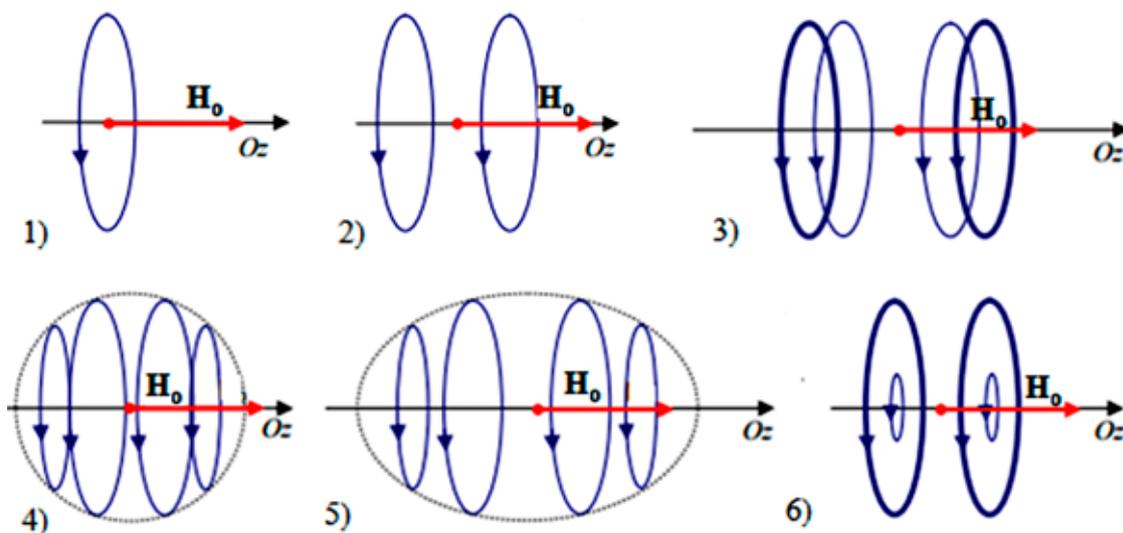


Рис. 1. Катушки для создания магнитного поля
(1 – виток Ампера, 2 – катушка Гельмгольца, 3 – катушки Бэкера,
4 – катушки МакКихана, 5 – Катушки Браунбека, 6 – бипланарные катушки Моргана)

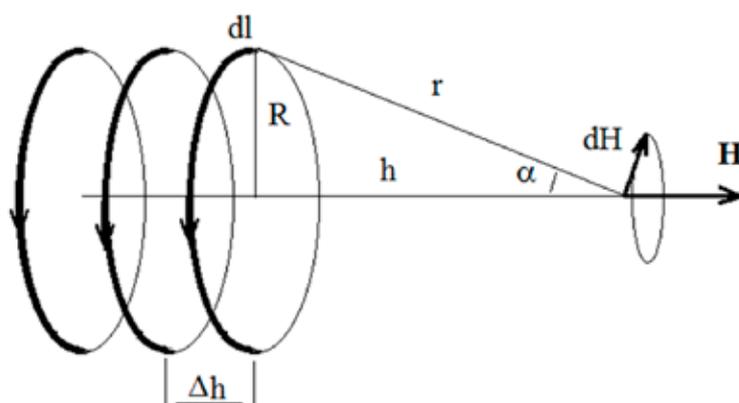


Рис. 2. Исследуемая структура

Целью исследования явилось получение аналитических соотношений для расчета напряженности магнитного поля, создаваемого системой конечного числа кольцевых токов; анализ однородности магнитного поля по оси структуры в зависимости от конфигурации системы для создания магнитных систем (формирующих локальные области с высокой однородностью магнитного поля, необходимые в различных областях измерительной [2–4] и функциональной техники [7, 8]).

Материалы и методы исследования

Исследуется однородность магнитного поля на оси нескольких систем кольцевых токов (рис. 2). Используется закон Био – Савара – Лапласа [1, 2] для нахождения маг-

нитного поля $d\mathbf{H}$, создаваемого элементом тока $d\mathbf{l}$ (рис. 2) на оси кругового тока на расстоянии r от центра контура:

$$d\mathbf{H} = \frac{I[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3},$$

где I – ток, r – расстояние до точки наблюдения. Векторы $d\mathbf{H}$ перпендикулярны плоскостям, проходящим через элемент тока $d\mathbf{l}$ и точку наблюдения, в которой ищется поле. Вместе они образуют конус, результирующий вектор направлен вдоль оси контура. Каждый из векторов $d\mathbf{H}$ вносит в результирующий вектор вклад $d\mathbf{H}_{\parallel}$ по модулю равный

$$dH \sin \alpha = dH \cdot \frac{R}{r} = \frac{Idl}{4\pi} \cdot \frac{R}{r^3}.$$

Тогда на оси кольцевого тока магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости кольца и определяется после интегрирования по контуру проводника [2] соотношением

$$H = \frac{IR}{4\pi r^3} \oint dl = \frac{IR^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

R – радиус кольца тока, h – расстояние от точки наблюдения на оси кольца до центра кольца.

Распределение поля по оси, перпендикулярной кольцевому току и проходящей через центр кольца, показано на рис. 3. Для одного кольцевого тока (кривая 1) распределение поля характеризуется его существенной неоднородностью. Использование нескольких соосных круговых токов позволяет регулировать распределение поля вдоль оси в широких пределах. Если соосно расположено N (дискретное количество) кольцевых токов в общем случае с разными параметрами (токами I_i , радиусами R_i , расположенными на расстояниях h_i от точки наблюдения) магнитное поле определяется суперпозицией полей от-

дельных колец с, в общем случае, различными токами:

$$H = \sum_{i=1}^N H_i = \sum_{i=1}^N \frac{I_i R_i^2}{2(R_i^2 + h_i^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

Результаты исследования и их обсуждение

Известно, что для создания локальных в пространстве участков однородного магнитного поля обычно используется магнитная система в виде соленоида – катушки в виде цилиндра постоянного радиуса с достаточно большим числом равномерно намотанных витков проводника, через которые пропускается ток. Это достаточно громоздкая, тяжелая и дорогостоящая конструкция (во многом из-за того, что для достижения нужных параметров часто используется медный провод, достаточно тяжелый и дорогой). Численный анализ соотношения (2) показывает, что высокая равномерность магнитного поля на оси системы колец с токами может быть обеспечена существенно меньшим по сравнению с соленоидом числом кольцевых токов, что позволяет в конечном итоге существенно снизить вес и стоимость магнитной системы.

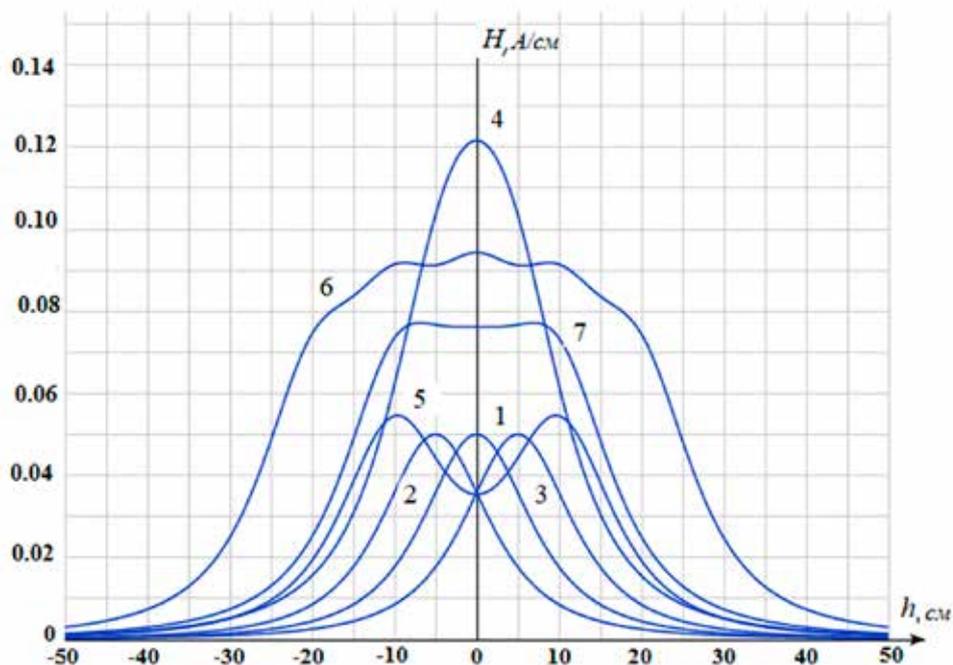


Рис. 3. Распределение поля по оси соосно расположенных тонких колец с одинаковым током и одинаковыми радиусами колец ($R=10$ см, $\Delta h = 5, 10$ см, 1 – распределение поля одиночного кольца с током, просматривается существенная неоднородность поля вдоль оси, 2 – распределение поля каждого из трех соосных колец, расположенных на расстоянии 5 см друг от друга, и их суммарное поле (кривая 4) также достаточно неоднородное вдоль оси структуры, 5 – поле двух колец с током, расположенных на $\Delta h = 20$ см друг от друга, 6 – поле пяти колец, расположенных по оси структуры с шагом 10 см, 7 – поле трех колец, расположенных с шагом 10 см и параметрами $R_3 = R_1 = 10$ см, $R_2 = 12$ см, $\Delta h = 10$ см)

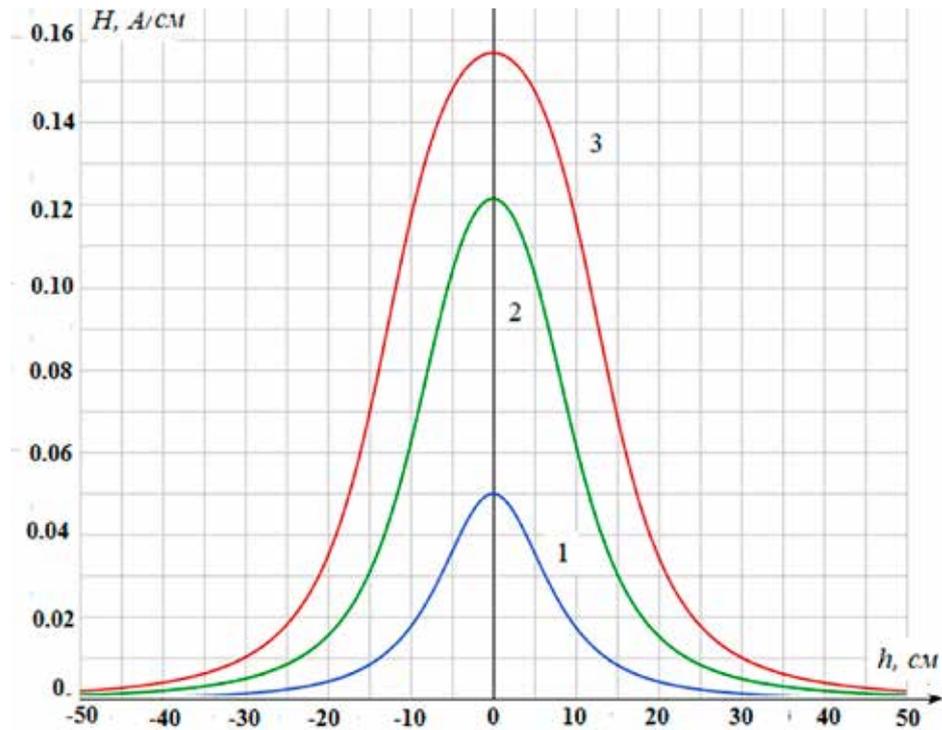


Рис. 4. Изменение поля по оси системы в зависимости от числа кольцевых витков с током (1 – один виток, 2 – три витка, 3 – пять витков)

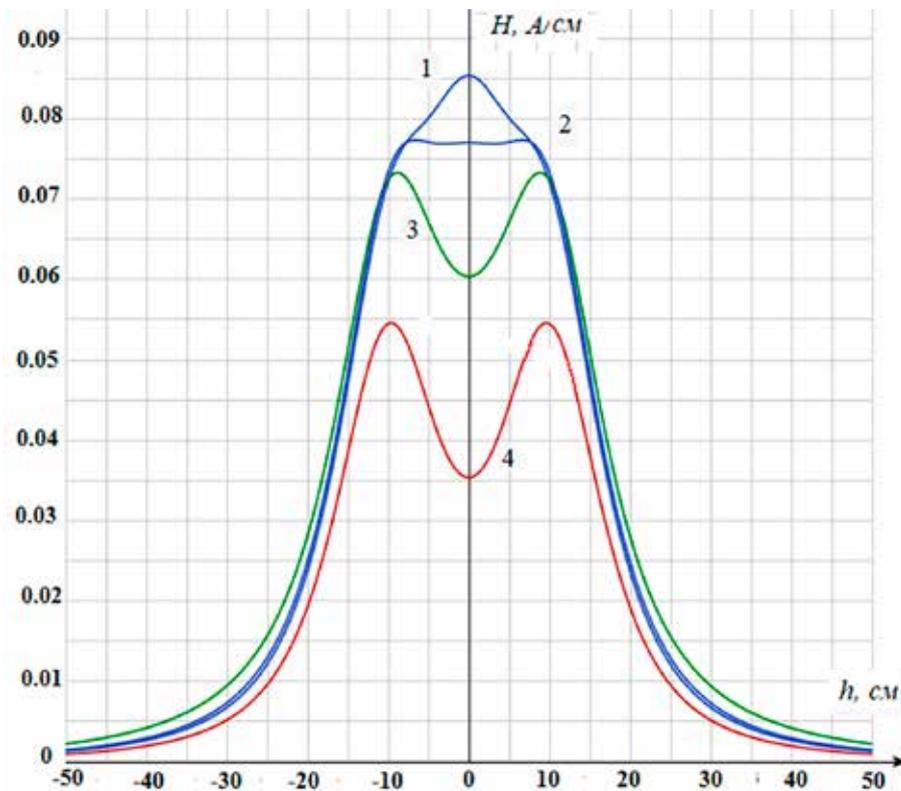


Рис. 5. Изменение структуры при изменении конфигурации системы, расстояние между соседними кольцами одинаково $h = 10$ см (1 – три кольца одинакового радиуса 10 см, 2 – два крайних кольца того же радиуса, среднее кольцо имеет радиус 12 см, 3 – среднее кольцо имеет радиус 20 см, 4 – два кольца, расположенные на расстоянии 20 см друг от друга, среднее кольцо отсутствует)

На рис. 3 показано распределение поля для нескольких комбинаций кольцевых токов (величина тока выбиралась во всех случаях одинаковой).

Очевидно, что однородное поле может быть получено уже при использовании трех витков тока (катушка Максвелла) при изменении диаметра центрального кольца стоком (рис. 4 (кривая 7) $R_3 = R_1 = 10$ см, $R_2 = 12$ см, $\Delta h = 10$ см). Конструкция катушек Гельмгольца (кривая 5) также дает более высокую неоднородность магнитного поля вдоль оси системы, которая может быть уменьшена сближением колец с током и тем самым существенным уменьшением области однородного магнитного поля.

Зависимость распределения поля по оси системы соосных колец с током от числа колец показана на рис. 4 и показывает, что с ростом числа колец неоднородность поля сохраняет свой характер, хотя на расстоянии ~ 10 см уменьшается от 20% (один виток с током) до 3% (пять витков с током, расположенных с шагом 5 см). Влияние изменения радиуса центральных витков при неизменных концевых витках на структуру поля показано на рис. 5.

Кривая 1 соответствует конфигурации, когда система состоит из трех колец тока одинакового радиуса. В этом случае неоднородность поля в центре системы на расстоянии 20 см составляет $\sim 10\%$. Увеличение диаметра среднего кольца до 12 см позволяет снизить неоднородность поля величины менее 1% (рис. 5, кривая 2). Дальнейшее увеличение радиуса среднего кольца увеличивает неоднородность поля (рис. 5, кривая 3 при радиусе 20 см).

Кривая 4 соответствует случаю отсутствия центрального кольца. Таким образом, введение центрального кольцевого тока позволяет существенно увеличить размеры области однородного поля. Проведенный анализ показывает, что дополнительные возможности регулировки и увеличения области однородного магнитного поля дает регулировка величины токов в токопроводящих кольцах, которую можно осуществлять с помощью специальных схем управления. Дополнительные возможности дает использование вместо дискретной системы кольцевых токов токопроводящих цилиндров с радиусом, меняющимся с высотой, анализ которых аналогичен описанному выше случаю с заменой операции суммирования (2) интегрированием по высоте цилиндрических источников поля.

Заключение

Рассмотрена задача расчета магнитного поля, возбуждаемого кольцевыми токами

проводника круговой формы. Получены аналитические решения для системы N кольцевых соосно расположенных кольцевых токов различного диаметра. Показано, что высокая равномерность магнитного поля на оси системы колец с токами может быть обеспечена существенно меньшим по сравнению с соленоидом числом кольцевых токов, что позволяет в конечном итоге существенно снизить вес и стоимость магнитной системы. Эффект достигается не увеличением длины намотки витков соленоида, а регулировкой диаметра кольцевых токов.

Список литературы

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. СПб.: Лань, 2021. 500 с.
2. Фризен В.Э., Черных И.В., Бычков С.А., Тарасов Ф.Е. Методы расчета электрических и магнитных полей. Екатеринбург: УрФУ, 2014. 176 с.
3. Зегря Г.Г., Векслер М.И., Смирнова И.Г., Устинова И.А. Расчет стационарных электрических и магнитных полей. СПб.: Университет ИТМО, 2019. 98 с.
4. Jefimenko O. New method for calculating electric and magnetic fields and forces. *Americ Journal of Physics*. 1983. No. 51. P. 545. DOI: 10.1119/1.13200.
5. Schill R.A. General relation for the vector magnetic field of a circular current loop: a closer look. *Magnetics. IEEE Transactions on Issue*. 2003. Vol. 39. No. 2. P. 961. DOI: 10.1109/TMAG.2003.80859.
6. Barker J.R. The Magnetic Field Inside a Solenoid. *British Journal of Applied Physics*, 1950. Vol. 1. No. 3. P. 65–67. DOI: 10.1088/0508-3443/1/3/303.
7. Prigozhin L., Sokolovsky V. 3D Magnetization Problems in Superconductivity: Solution by the FFT-based Method. *WSEAS Transactions on Circuits and Systems archive*. 2019. No. 18. P. 212–219.
8. Frey N.C., Horton M.K., Munro J.M., Griffin S.M., Persson K.A., Shenoy V.B. High through put search for magnetic and topological order in transition metal oxides. *Sci. Adv*. 2020. № 6. P. eabd1076. DOI: 10.1126/sciadv.abd1076.
9. Behtouei M., Spataro B., Faillace L., Carillon M., Comelli M., Palumbo L., Variola A., Migliorati M. A novel method to calculate the magnetic field of a solenoid generated by a surface current element. *Waves in Random and Complex Media*. 2022. DOI: 10.1080/17455030.
10. Глушенко А.Г., Глушенко Е.П., Ванькова А.Е. Магнитное поле тонких полосок тока // Научное обозрение. Технические науки. 2021. № 6. С. 5–9.
11. Глушенко А.А., Глушенко А.Г., Глушенко Е.П. Аналитический расчет магнитной индукции в центре планарных спиралей // Научное обозрение. Технические науки. 2020. № 1. С. 10–14.
12. Gluschenko A.A., Gluschenko A.G., Gluschenko E.P. Analytical solution of the problem of calculating a magnetic field in the center of a correct polygon // Актуальные научные исследования в современном мире. 2019. № 12 (56). Ч. 1. С. 6–12.
13. Granum P., Madsen M., McKenna J., Hodgkinson D. Efficient calculations of magnetic fields of solenoids for simulations. 2022. DOI: 10.1016/j.nima.(2022).166706.
14. Andreeva E.G., Tatevosyan A.A. Mathematical Description of Solution of the Three-Dimensional Boundary Value Problem for the Stationary Magnetic Field in the Cylindrical Coordinate System. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. № 1441 (1).
15. David Romero-Abad, José-Pedro Reyes-Portales, José-Luis La Rosa-Navarro, Roberto Suárez-Córdova. Elliptic Helmholtz coil. *Rev. Bras. Ensino Fis.* 2022. № 44. DOI: 10.1590/1806-9126-RBEF-2022-0115.