

УДК 004.94

## УПРАВЛЕНИЕ ИНВЕСТИЦИОННЫМ ПОРТФЕЛЕМ НА ОСНОВЕ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ЕГО ЭФФЕКТИВНОСТИ

**Медведев А.В.**

*ФГБОУ ВО Кемеровский государственный университет, Кемерово,  
e-mail: alexm\_62@mail.ru*

Статья посвящена описанию модификации одной экономико-математической модели инвестиционного фонда, используемой для формирования и управления его функционированием. В существующих финансово-инвестиционных моделях редко учитываются характеристики производственных активов и производимой в проектах фонда продукции (товаров и/или услуг), а также финансовые ограничения, возникающие в связи с учетом таких характеристик. Построение указанной модели осуществляется в соответствии с принципом модельной и IT-сбалансированности, включающим требование соответствия сложности модели возможностям автоматизированных программных комплексов осуществить ее анализ в реальных условиях большого количества входящих в фонд проектов. Кроме того, принципиально используется оптимизационный подход для поддержки принятия инвестиционных решений, заключающийся в требовании обязательности выявления инвестиционного потенциала (максимума инвестиционных возможностей) как величины добавленной к инвестициям стоимости фонда. В связи с этим в работе строится и обсуждается модель в форме многокритериальной задачи линейного оптимального управления, имеющая хорошо разработанные методы анализа и соответствующая вышеуказанному принципу сбалансированности. Особенностью данной модели является учет инвестиционных ограничений на значения искомым переменных объемов инвестиционных вложений для каждого входящего в инвестиционный портфель проекта. С учетом обсужденного материала сделан вывод о целесообразности и эффективности использования построенной модели в банковской сфере, в ситуационных центрах социально-экономического анализа в целях оперативной поддержки принятия управленческих решений инвестиционно-финансового характера.

**Ключевые слова:** инвестиционный фонд, экономическая эффективность инвестиционного фонда, задача линейного оптимального управления, производственные активы, продукция

## INVESTMENT PORTFOLIO MANAGEMENT BASED ON AN OPTIMIZATION MODEL FOR ASSESSING ITS EFFICIENCY

**Medvedev A.V.**

*Kemerovo State University, Kemerovo, e-mail: alexm\_62@mail.ru*

The article is devoted to the description of the modification of one economic-mathematical model of an investment fund used to form and manage its functioning. Existing models rarely take into account the characteristics of production assets and the products (goods and/or services) produced in fund projects, as well as the financial constraints arising from taking into account such characteristics. The construction of this model is carried out in accordance with the principle of model and IT balance, including the requirement that the complexity of the model correspond to the capabilities of automated software systems to analyze it in the real conditions of a large number of projects included in the fund. In addition, an optimization approach is fundamentally used to support investment decision-making, which consists in the requirement to identify the investment potential (maximum financial opportunities) in the form of the value of the fund added to investments. In this regard, the paper constructs and discusses a model in the form of a multicriteria linear optimal control problem, which has well-developed methods of analysis and corresponds to the above balance principle. A feature of this model is the accounting of investment restrictions on the values of the required variable volumes of investment investments for each included in the investment portfolio of the project. Taking into account the discussed material, a conclusion was made about the feasibility and effectiveness of using the constructed model in the banking sector, in situational centers of socio-economic analysis in order to promptly support the adoption of managerial decisions of an investment and financial nature.

**Keywords:** investment fund, investment fund economic efficiency, linear optimal control problem, production assets, products

Сохранение и даже приумножение временно свободного финансового ресурса экономических агентов (физических лиц, домохозяйств, предприятий, управляющих органов экономических территорий, организаций финансового сектора экономики и пр.) независимо от стадии общественного развития и состояния экономики является актуальной проблемой стратегического ха-

рактера, решение которой позволяет сгладить негативные последствия действия объективного экономического закона убывания во времени стоимости финансового ресурса (столь же объективного, как закон трения в технической системе). При этом одним из способов решения указанной задачи является размещение свободных финансовых средств в инвестиционных фондах (ИФ) пу-

тем построения оптимальных (по заданным критериям) портфелей инвестиционных проектов различного характера – финансового и/или производственного. Задача построения оптимального инвестиционного портфеля по двум критериям – максимум рентабельности и минимум рисков – решена во второй половине XX в. Г. Марковицем [1] и Дж. Тобиным [2] в постановке, подразумевающей наличие информации об относительных доходностях и корреляционных связях проектов в портфеле. Значительная доля появившихся позже моделей и методов анализа оптимальных инвестиционных портфелей посвящены совершенствованию и разработке модификаций моделей Марковица–Тобина с точки зрения учета различных особенностей функционирования финансовых и нефинансовых активов на валютных и фондовых рынках и базируются, как правило, на концепции имитационного моделирования и использования регрессионно-статистических (в том числе стохастических) подходов, обзор которых здесь не проводится.

В работе [3] построена математическая модель инвестиционного фонда в форме многопараметрической задачи линейного программирования с критерием максимизации дисконтированной добавленной стоимости портфеля. В этой модели предполагается наличие интегрального инвестиционного ограничения на всю максимальную сумму инвестиционных средств портфеля, что часто не соответствует финансовой практике формирования инвестиционных портфелей. В связи с этим целями данного исследования являются учет данной содержательной особенности и внесение соответствующей модификации в указанную модель.

#### Материалы и методы исследования

Для осмысления и достижения указанной цели видится целесообразным проанализировать особенности модели [3], отличающие ее от моделей Г. Марковица и Дж. Тобина. В связи с введением группы искомых переменных модели, отвечающих за оптимальные объемы производимой продукции (товаров и/или услуг) в проектах портфеля, а также в связи с наличием ограничений на указанные переменные, имеющих содержательный смысл неперевышения максимальных производственных мощностей, могут быть рассмотрены: 1) стоимость и производительность комплектов основных производственных активов (КПА) материального и нематериального характера, используемых для производства продукции

$n$  видов в каждом из  $n$  проектов портфеля (в соответствии с принципом чистых отраслей); 2) рыночная цена единицы и стоимостная оценка спроса как характеристики производимой продукции  $n$  видов, причем стоимостная оценка спроса соответствует оценке прогнозной доли рынка продукции. Через указанные в пунктах 1) и 2) характеристики могут быть определены относительные экономические эффективности  $\delta_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) КПА входящих в инвестиционный портфель проектов в виде отношения произведений рыночной цены единицы продукции и производительности КПА к их стоимости (для каждого из  $n$  КПА) и трактоваться как рентабельность (фондоотдача и пр.) производственных активов проекта или как относительная эффективность самих проектов. Следует отметить, что данный подход принципиально отличается модель в [3] от оригинальных моделей Марковица–Тобина и большинства исследующих их моделей, в которых предполагается априорное задание показателей относительной эффективности проектов портфеля без объяснения способа формирования этих показателей. При этом большинство показателей модели в [3] могут быть получены в результате маркетинговых исследований, а также из официальной бухгалтерской отчетности предприятий, с сайтов экономической статистики территорий (например, [4]), что значительно расширяет возможности формирования содержательной информационной базы при формировании и ранжировании относительных показателей эффективности проектов ИФ.

Достаточно критичным вопросом в моделях Г. Марковица и Дж. Тобина также является вопрос необходимости наличия информации о корреляционных связях проектов в виде ковариационной матрицы, получение которой часто невозможно из-за трудностей корректного определения взаимозависимости проектов портфеля, реализующихся в основном в различных экономических условиях, включая производственные особенности (например, для энергетических, биотехнологических, информационно-технологических, сельскохозяйственных и других проектов), на которые могут влиять труднодоступные друг с другом политические, социальные, региональные, экологические и тому подобные факторы. В связи с этим в качестве другого критерия эффективности, минимизирующего риски функционирования ИФ, целесообразно выбирать показатели, значения которых также могут быть «счи-

таны» с глобального финансового рынка, а также с рынков производимой в проектах ИФ продукции, на основе содержательно единообразной информационной базы (горизонт планирования, ставки дисконтирования в каждом проекте, инвестиционные, производственные и финансовые ограничения и особенности производства продукции в проектах и т.п.).

Следует отметить еще одно преимущество модели [3] относительно модели Дж. Тобина, предполагающей обязательное включение в инвестиционный портфель особого, безрискового финансового актива (например, в виде облигаций центрального банка страны), изначально снижающего общую эффективность всего портфеля в пользу минимизации рисков его функционирования, выраженных в виде потенциальных финансовых потерь инвесторов фонда. Предложенная в [3] модель не требует поиска такого актива, то есть лишена указанного недостатка. Помимо изложенных, в модели [3] учитываются и другие особенности функционирования и рыночного окружения ИФ, отсутствующие в моделях Г. Марковица и Дж. Тобина. А именно, в указанной модели напрямую формализован учет интересов менеджмента инвестиционного фонда через параметр ежегодного вознаграждения за управление его активами. Кроме того, в ней математически формализован учет неодновременности включения проектов в портфель фонда и длительности операций по проектам путем применения взаимосвязанных дисконтирующих множителей как метода учета различных рисков, связанных, в частности, с инфляцией, требованиями заемщиков финансовых средств и т.п. Впрочем, с точки зрения условия неодновременности включения и различной длительности операций по проектам в портфеле переход к классическим моделям формализуется как простейший частный случай с одновременным включением всех проектов в портфель и их исключением из него.

Построим экономико-математическую модель инвестиционного фонда.

Предварительно введем следующие обозначения:

$n$  – количество проектов в ИФ,  $k=1, \dots, n$  – номер проекта в ИФ;

$x_k$  – инвестиции в  $k$ -й проект портфеля, д.е.;

$x_{n+k}$  ( $k=1, \dots, n$ ) – потенциальный стоимостной объем производства продукции в  $k$ -м проекте портфеля, д.е.;

$x_{2n+l}$  ( $l=1, \dots, L$ ) – затраты менеджмента ИФ на избежание (устранение)  $l$ -го риска его функционирования, д.е.;  $L$  – количество рисков в деятельности ИФ,

$T$  – горизонт планирования деятельности ИФ, ед. времени;

$r$  – ставка дисконтирования на горизонте планирования деятельности ИФ, %;

$c_k$  – стоимость КПА в  $k$ -м проекте;

$V_k^k$  – производительность КПА в  $k$ -м проекте;

$P_k$  – цена единица продукции, производимой в  $k$ -м проекте;

$\delta_k = P_k V_k^k / c_k$  – эффективность (рентабельность, фондоотдача)  $k$ -го проекта, %;

$t_k$  – момент начала  $k$ -го проекта, ед. времени;

$T_k$  – момент окончания  $k$ -го проекта, ед. времени;

$q_k$  – емкость рынка (стоимостная оценка спроса) продукции  $k$ -го проекта, д.е.;

$I_k^k$  – максимальные объемы инвестиций в  $k$ -й проект портфеля, д.е.;

$a_k$  – минимальный объем инвестиций в  $k$ -й проект, д.е.;

$r_k$  – ставка дисконтирования для  $k$ -го проекта, %;

$b_l$  – максимальные издержки, которые несет менеджмент ИФ в случае реализации риска на  $l$ -ом рисковом направлении функционирования, д.е.;

$c_l$  – задаваемые экспертно коэффициенты, имеющие смысл оценочной значимости эффекта от осуществленных затрат на  $l$ -ом рисковом направлении функционирования, д.е.;  $l=1, \dots, L$ ;

$s$  – ежегодное вознаграждение менеджерам управляющей компании за управление активами; ИФ – доля от первоначальной стоимости инвестиций, %;

$\gamma$  – экспертная оценка доли суммарных инвестиций, используемых менеджментом на страхование деятельности ИФ, %;

$LMAX$  – максимальные затраты на избежание (устранение) всех выделенных рисков функционирования ИФ, д.е.

### Результаты исследования и их обсуждение

Учитывая введенные обозначения, модель портфеля ИФ имеет следующий матричный вид:

$$A_{(4n+3) \times (2n+L)} X_{(2n+L) \times 1} \leq B_{(4n+3) \times 1},$$

$$X_{(2n+L) \times 1} \geq 0,$$

$$C_{1 \times (2n+L)} X_{(2n+L) \times 1} \rightarrow \max,$$

где

$$A = \begin{pmatrix} & -\Delta_n & & & E_n & & O_{n \times L} \\ & O_n & & & E_n & & O_{n \times L} \\ & E_n & & & O_n & & O_{n \times L} \\ & -E_n & & & O_n & & O_{n \times L} \\ 1 + s \sum_{k=1}^n \alpha_k & \dots & 1 + s \sum_{k=1}^n \alpha_k & -1 & \dots & -1 & -\alpha c_1 & \dots & -\alpha c_L \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 \\ -\gamma & \dots & -\gamma & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

$$B = (0, \dots, 0; q_1, \dots, q_n; I_1, \dots, I_n; -a_1, \dots, -a_n; \alpha(b_1 + \dots + b_L); LMAX; 0)^T;$$

$$C = \left( -\alpha_1 - \sum_{k=1}^n \alpha_k, \dots, -\alpha_n - \sum_{k=1}^n \alpha_k; \alpha_1, \dots, \alpha_n; \alpha c_1, \dots, \alpha c_L \right);$$

$\Delta_n = \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_n)$  – диагональная матрица с указанными элементами на диагонали;  
 $E_n, O_n, O_{n \times L}$  – единичная матрица и нулевая матрица размера  $n \times n$  и нулевая матрица размера  $n \times L$  соответственно;

$$\alpha_k = \frac{1}{r_k} \left[ \frac{1}{(1+r_k)^{t_k}} - \frac{1}{(1+r_k)^{T_k+1}} \right], \quad (k=1, \dots, n) \text{ – ставки дисконтирования каждого}$$

из  $n$  проектов портфеля с учетом одновременности моментов их начала и окончания;

$\alpha = T / (1 + r_s)$  – коэффициент дисконтирования на горизонте  $T$ ;

$r_s = rT / (1 - (1 + r)^{-T}) - 1$  – эффективная ставка дисконтирования в предположении равномерности распределения суммарных затрат менеджмента на избежание (устранение) рисков функционирования ФПИ на горизонте  $T$ .

Построенная модель является многопараметрической однокритериальной задачей линейного программирования с критерием максимизации дисконтированной добавленной стоимости портфеля, обобщающей модель работы [3] на случай инвестиционных ограничений для каждого из участвующих в портфеле проектов. Оптимизационность представленной модели позволяет автоматизированно выявлять экономический потенциал (максимальные финансовые возможности с точки зрения ключевого показателя эффективности – чистой добавленной стоимости) инвестиционного портфеля и принимать обоснованные решения о его формировании [5]. Кроме того, построенную модель несложно обобщить на многокритериальный случай, выделяя, например, отдельно критерий  $a \sum_{l=1}^L (b_l - c_l x_{2n+l}) \rightarrow \max$ ,

а затем переходя к эквивалентной однокритериальной задаче [6] путем рассмотрения

выпуклой линейной свертки критериев. Заметим, что класс построенной модели (линейная задача оптимального управления) позволяет обосновать существование ее решения для всех допустимых значений параметров. Благодаря тому что существование тривиального решения в модели (путем параллельного переноса системы координат  $x_k$  из точки  $a_k$  в начало координат) легко проверяется, необходимо найти, например численно, нетривиальное решение, что и побуждает разрабатывать новые, основанные на такой модели системы автоматизированной обработки информации, которые, будучи ориентированными на конечного пользователя (в первую очередь, инвестиционного аналитика), рассматриваются как системы поддержки принятия управленческих решений по формированию портфеля реально функционирующих инвестиционных фондов, включающих значительное количество входящих в них инвестиционных проектов.

Важной, ранее не отмеченной особенностью построенной модели, как и модели в [3], является возникающая возможность ранжирования проектов портфеля с помощью автоматизированного комплекса «Карма», описанного в [5]. При этом, в отличие от предложенного в данной статье приема оценки относительных эффективностей  $\delta_k$  проектов, оценка эффективности каждого проекта портфеля в отдельности может быть осуществлена автоматизированно, с учетом не только описанных характеристик КПА и продукции, но и с учетом инвестиционных (на объем инвестиций), производственных (на производственные мощности, трудо- и материалоемкость), финансовых (на объем собственных средств, кредитов и дотаций), рыночных (на объем спроса, ставки дисконтирования, горизонт планирования и т.п.) ограничений, что, очевидно, значительно повышает объективность ранжирования проектов портфеля за счет минимизации экспертных рисков их оценки. В связи с этим рассмотренная модификация модели инвестиционного портфеля, связанная с учетом инвестиционных ограничений на каждый из входящих в него проектов, имеет важный практический смысл.

### Заключение

В работе рассмотрен подход, основанный на использовании таких инструментов управления инвестиционным портфелем активов, как двухступенчатая комбинация многокритериальной линейной модели оптимального управления и оптимизационной модели портфеля проектов. При этом взаимодействие проектов портфеля может рассматриваться в двух вариантах: 1) как взаимодействие набора полностью независимых (по характеристикам внутренней и внешней среды) проектов; 2) как взаимодействие набора проектов, связанных общими характеристиками, ограничениями и/или рисками инвестиционного, производственного и финансового характера. Это делает возможным применение указанного подхода на максимально широком спектре финансовых и производственно-финансовых систем микро-, мезо-, макроэкономического уровня. После определения показателей рентабельности проектов портфеля, с учетом описанных характеристик в них КПА и производимой продукции, а также ограничений их функционирования инвестиционного, производственного и финансового характе-

ра они могут быть использованы при ранжировании проектов ИФ в представленной здесь модели.

Благодаря используемому математическому классу задач (линейная модель оптимального управления с допустимым множеством в форме непустого компакта), нетривиальности и содержательной адекватности постановок, наличию эффективных алгоритмов численного анализа совокупность представленной математической модели и автоматизированного программного комплекса может рассматриваться как инструмент оперативной экспертной оценки экономической эффективности и принятия управленческих решений в банковской сфере, в ситуационных центрах социально-экономического анализа, а также как элемент цифрового социально-экономического двойника территории [7], на которой, например, функционирует конкретный инвестиционный фонд [8–10], и определять, в частности, финансовые возможности развития такой территории, как экономический объект.

### Список литературы

1. Markowitz H. Portfolio Selection. *Journal of Finance*. 1952. V. 7. No. 1. P. 77-91.
2. Tobin J. The Theory of Portfolio Selection. In Book: *Theory of Interest Rates*. London: MacMillan, 1965. P. 3-51.
3. Емохонова Ю.М., Медведев А.В., Победаш П.Н., Федулова Е.А. Оптимизационная математическая модель портфеля фонда прямых инвестиций // *Фундаментальные исследования*. 2018. № 2. С. 72-76.
4. Федеральная служба государственной статистики. [Электронный ресурс]. URL: <https://rosstat.gks.ru/folder/38701> (дата обращения: 25.04.2022).
5. Медведев А.В. Автоматизированная поддержка принятия оптимальных решений в инвестиционно-производственных проектах развития социально-экономических систем. М.: Издательский Дом «Академия Естественных наук», 2020. 200 с. DOI: 10.17513/np.421.
6. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления, приложения. М.: Наука, 1982. 600 с.
7. Медведев А.В. Цифровые двойники территорий для поддержки принятия решений в сфере регионального социально-экономического развития // *Современные наукоемкие технологии*. 2020. № 6-1. С. 61-66.
8. Федулова Е.А., Емохонова Ю.М. Оптимальная организационно-правовая форма функционирования фондов прямых инвестиций для квалифицированных инвесторов // *Финансы и кредит*. 2017. Т. 23. № 4(724). С. 233-248.
9. Капранова Л.Д. Новые финансово-экономические механизмы в стратегии развития Дальнего Востока // *Управленческие науки*. 2016. Т. 6. № 3. С. 45-54.
10. Kudryavtseva E. Direct investment fund as an object of valuation. *Management of economic systems: electronic scientific journal*. 2014 V. 10 (70). P. 13-15.