УДК 621.315.55:537.632.3

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ЕМКОСТИ НЕОДНОРОДНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

[1]Глущенко А.А., [2]Глущенко А.Г., [2]Глущенко В.А., [1]Глущенко Е.П.

[1]ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени С.П. Королёва», Самара, e-mail: gag646@yandex.ru;

[2]ФГБОУ ВО «Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики», Самара, e-mail: gag646@yandex.ru

Развитие микроэлектроники и наноэлектроники определяет необходимость совершенствования и создания новой элементной базы микроустройств и устройств наноэлектроники в интегральном исполнении. Постоянная тенденция уменьшения геометрических размеров функциональных элементов в интегральном исполнении поставила задачу создания новых конфигураций электронных элементов с более совершенными параметрами. Рассматриваются особенности расчета емкости различных планарных конфигураций полосок проводников на диэлектрических подложках с различными типами неоднородностей на основе метода расчета плоского конденсатора. В общем случае емкость рассчитывается численными методами. Известные методы аналитического расчета ограничены случаем однородной структуры. Это не позволяет аналитически оценивать разброс параметров интегральных схем за счет разброса параметров при их изготовлении и затрудняет выработку требований на точность изготовления и разброс параметров. Путем введения понятия дифференциальной емкости элемента проведено обобщение и получены аналитические соотношения для расчета емкости конденсаторов и паразитных емкостей различных элементов конструкций интегральных схем с учетом неоднородности параметров диэлектрика и расстояния между обкладками конденсатора. Получены аналитические соотношения для расчета емкости ряда конструкций, представляющих практический интерес: сферой и с конусом в качестве одной из обкладок конденсатора. Полученные результаты могут быть использованы для разработки допусков на разброс параметров используемых материалов и необходимой точности их изготовления.

Ключевые слова: расчет емкости, неоднородность параметров, полосковые элементы

ANALYTICAL CALCULATION OF THE CAPACITANCE OF INHOMOGENEOUS ELEMENTS

[1]Gluschenko A.A., [2]Gluschenko A.G., [2]Gluschenko V.A., [1]Gluschenko E.P.

[1]Samara National Research University named after S.P. Korolev, Samara, e-mail: gag646@yandex.ru;

[2]Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, e-mail: gag646@yandex.ru

The development of microelectronics and nanoelectronics determines the need to improve and create a new elemental base of microdevices and nanoelectronic devices in an integrated design. The constant tendency to reduce the geometric dimensions of functional elements in the integrated design has set the task of creating new configurations of electronic elements with more advanced parameters. The features of calculating the capacitance of various planar configurations of strips of conductors on dielectric substrates with various types of inhomogeneities are considered based on the method of calculating a flat capacitor. In the general case, the capacitance is calculated by numerical methods. Known methods of analytical calculation are limited to the case of a homogeneous structure. This does not allow one to analytically evaluate the spread of parameters of integrated circuits due to the spread of parameters during their manufacture and makes it difficult to develop requirements for manufacturing accuracy and parameter spread. By introducing the concept of differential capacitance of an element, a generalization was carried out and analytical relationships were obtained for calculating the capacitance of capacitors and parasitic capacitances of various elements of integrated circuit structures, taking into account the inhomogeneity of the dielectric parameters and the distance between the capacitor plates. Analytical relations are obtained for calculating the capacitance of a number of structures of practical interest: a sphere and with a cone as one of the capacitor plates. The results obtained can be used to develop tolerances for the spread of the parameters of the materials used and the required accuracy of their manufacture.

Keywords: quasi-flat capacitance, inhomogeneous of parameters

Конденсаторы являются одним из неотъемлемых элементов схем электроники. Основным параметром конденсаторов является электрическая ёмкость, величина которой зависит от его конфигурации: площади пластин, расстояния между пластинами и диэлектрической проницаемости среды, заполняющей внутреннюю полость конденсатора [1, 2]. Расчет простой модели плоского конденсатора с однородными параметрами и однородным заполнением диэлектриком проводится по хорошо известным соотношениям [3]. Более сложные конфигурации исследуются численно [4, 5]. Вместе с тем на практике однородность структуры может быть сравнительно хорошо обеспечена только в схемах макроскопических устройств. Поэтому при разработке устройств микроэлектроники и тем более устройств наноэлектроники неоднородность параметров в конструкции конденсатора представляет также самостоятельный интерес из-за возникающих дополнительных возможностей в управлении параметрами конденсатора. Кроме того, часто любой элемент схемы обладает емкостью, которая рассматривается как паразитная, расчет которой необходим для разработки рекомендаций по методам снижения паразитной емкости конструктивных элементов различных схем электроники. Использование технологии изготовления планарных элементов интегральных микросхем породило фундаментальную проблему развития аналитических методов расчета параметров интегральных схем различных частотных диапазонов. В общем случае используются численные методы [5]. Возможности расчета емкостей неоднородных структур рассматривались в [6]. В данной работе проведено обобщение формул для расчета емкости конденсаторов с различными неоднородностями конструкции (толщины слоя между пластинами конденсатора и неоднородности параметров диэлектрического заполнения полости конденсатора). Для большого числа функциональных зависимостей конфигураций $d(x)$ и $\varepsilon(x)$ получены аналитические соотношения для расчета ёмкости.

Цель исследования – вывод аналитических соотношений для расчета емкости неплоского конденсатора, формируемого конфигурацией двух проводников произвольной конфигурации и в общем случае с неоднородным заполнением диэлектриком.

Материалы и методы исследования

Для расчета емкости (рис. 1, а) используется формула для плоского элемента емкости площадью dS, для которого можно считать заполнение однородным с постоянной толщиной в области элемента dS:

$$dC = \varepsilon_0 \varepsilon(S) \frac{dS}{d(S)}.$$

В случае «квазиплоского» конденсатора расчет емкости конденсатора может быть проведен путем расчета выражения

$$C = \varepsilon_0 \int_S \varepsilon(S) \frac{dS}{d(S)} \qquad (1)$$

где в области площади dS конденсатор может считаться плоским с расстоянием между пластинами $d(S)$ и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(S)$, зависящими от положения точки на поверхности S.

В частности, в декартовой системе координат формула для расчета емкости (рис. 1, а) принимает вид

$$C = \varepsilon_0 \iint \varepsilon(x, y) \frac{dxdy}{d(x, y)} \qquad (2)$$

В цилиндрической системе, которой ось 0z перпендикулярна плоскости токопроводящих полосок

$$C = \varepsilon_0 \int_s \varepsilon(r, \varphi) \frac{dS}{d(r, \varphi)} = \varepsilon_0 \int_{r_1}^{r_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \varepsilon(r, \varphi) \frac{rdrd\varphi}{d(r, \varphi)} . \qquad (3)$$

Результаты исследования и их обсуждение

Рассмотрим некоторые простейшие конфигурации, для которых можно получить аналитическое решение, представляющие практический интерес.

1. В частном случае для круглой обкладки полоскового конденсатора (в виде кольца или шайбы, рис. 1, b) с однородными параметрами диэлектрика и однородной толщиной из (3) имеем известное соотношение

$$C = \varepsilon_0 \int_0^R \int_0^{2\pi} \varepsilon \frac{rdrd\varphi}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot \pi R^2}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot S}{d},$$

где ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума, ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей полость конденсатора (подложки), S – площадь пластин конденсатора, d – расстояние между пластинами [1–3].

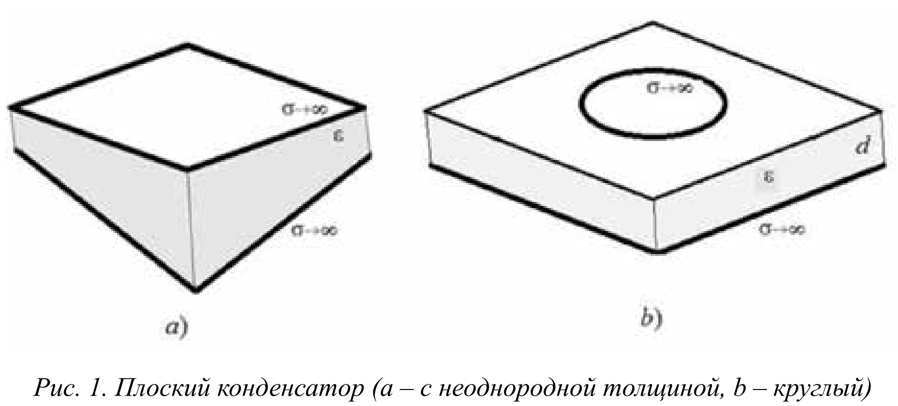

Рис. 1. Плоский конденсатор (а – с неоднородной толщиной, b – круглый)

Рассмотрим тонкую полоску токопроводящего элемента в виде кольца шириной $r = r_1 - r_2$, нанесенного на слой металлизированного с другой поверхности диэлектрика. Толщина подложки диэлектрика d.

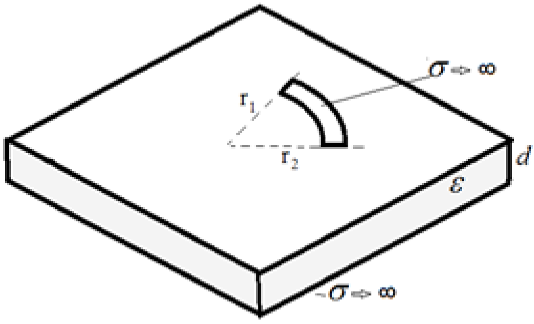

Рис. 2. Плоский конденсатор в виде сегмента кольца

Если неоднородность диэлектрической проницаемости описывается функцией $\varepsilon(x) = \varepsilon_m / x$, то емкость определяется формулой:

$$C = \varepsilon_0 \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \varepsilon(r) \frac{r dr d\varphi}{d} =$$

$$= \varepsilon_0 \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \frac{\varepsilon_m}{r} \frac{r dr d\varphi}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_m \cdot 2\pi (r_2 - r_1)}{d}.$$

Аналитические соотношения могут быть получены и для других функций распределения диэлектрической проницаемости.

Емкость части кольца с углом сектора, например $\varphi = \pi / 4$ и полоской проводника радиусами: внешним r_2 и внутренним r_1 с однородной подложкой диэлектрика (рис. 2) равна

$$C = \varepsilon_0 \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{\pi/4} \varepsilon \frac{r dr d\varphi}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot \pi (r_2^2 - r_1^2)}{8d}.$$

2. Для описания зависимости ёмкости конденсатора от изменения расстояния между пластинами d необходимо используем общее выражение (1). Рассмотрим конденсатор с прямоугольными пластинами, у которого вдоль осей 0x и 0y периодически меняется расстояние между пластинами $d = d(1 + \alpha \sin \beta x)(1 + \eta \sin \gamma y)$.

Тогда емкость может быть найдена из выражения (2):

$$C = \varepsilon_0 \int_0^a \int_0^b \varepsilon(x, y) \frac{dx dy}{d_0 (1 + \alpha \sin \beta x)(1 + \eta \sin \gamma y)}.$$

В частном случае однородного диэлектрика имеем соотношение

$$C = \frac{4\varepsilon_0 \varepsilon}{d_0 \beta \eta \sqrt{1-\alpha^2} \sqrt{1-\gamma^2}} \left[\tan^{-1} \left(\frac{\alpha + \tan \frac{\beta a}{2}}{\sqrt{1-\alpha^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}} \right) \right] \times$$

$$\times \left[\tan^{-1} \left(\frac{\eta + \tan \frac{\beta b}{2}}{\sqrt{1-\eta^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}} \right) \right]$$

3. Для случая проводящей сферы радиусом R, расположенной на расстоянии d_0 от токопроводящей поверхности, расстояние между токопроводящими поверхностями при удалении от центра меняется по закону $d = d_0 + R - \sqrt{R^2 - r^2}$ (рис. 3, а).

Рис. 3. Конденсатор со сферической (a) и конической (b) обкладками

Тогда из (3)

$$C = \varepsilon_0 \int_0^R \int_0^{2\pi} \varepsilon \frac{r dr d\varphi}{d_0 + R - \sqrt{R^2 - r^2}}.$$

Или, вводя обозначение $x = r / R$, $a = \frac{d_0}{R} + 1$, имеем

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot 2\pi \int_0^1 \frac{x dx}{a - \sqrt{1 - x^2}} = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot 2\pi \left[a \lg\left(a - \sqrt{1 - x^2}\right) + \sqrt{1 - x^2} + C \right]_0^1 = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot 2\pi \left[a \lg \frac{a}{a - 1} - 1 \right].$$

Таким образом,

$$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon \left[\left(\frac{d_0}{R} + 1 \right) \log \left(\frac{R}{d_0} + 1 \right) - 1 \right].$$

4. Для случая конусообразной обкладки пластины конденсатора (рис. 3, b) с расстоянием между обкладками, меняющимся по закону $d(r) = d_0 + \alpha r$ емкость определяется соотношением

$$C = \varepsilon_0 \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \varepsilon(r) \frac{r dr d\varphi}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \frac{r dr d\varphi}{d_0 + \alpha r} = \left. \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot \left(\alpha r - d_0 \log\left(d_0 + \alpha r\right) \right)}{\alpha^2} \right|_{r_1}^{r_2} =$$

$$= \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot \left[\alpha\left(r_2 - r_1\right) - d_0 \log \frac{d_0 + \alpha r_2}{d_0 + \alpha r_1} \right]}{\alpha^2}$$

В частности, при $r_1 = 0$

$$C = \varepsilon_0 \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \varepsilon(r) \frac{r dr d\varphi}{d} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot \left[\alpha R - d_0 \log \frac{d_0 + \alpha R}{d_0} \right]}{\alpha^2} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot C_n}{\alpha^2},$$

где R – радиус конуса.

На рис. 4 показана зависимость нормированной емкости от величины конусности αR при различных d_0.

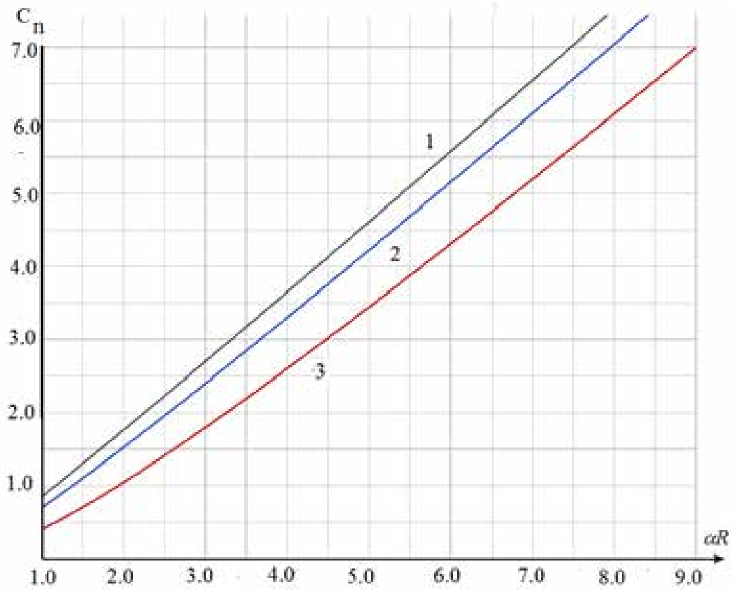

Рис. 4 . Зависимость емкости параметра конусообразности
($1 - d_0 = 0.5$, $2 - d_0 = 1$, $3 - d_0 = 2$)

5. Если расстояние между обкладками пластин конденсатора меняется по закону $d(r) = d_0 + \beta r^2$, емкость определяется соотношением

$$C = \varepsilon_0 \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \varepsilon(r) \frac{rdrd\varphi}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \frac{rdrd\varphi}{d_0 + \beta r^2} = \left. \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot \left(\log\left(d_0 + \beta r^2\right)\right)}{2\beta} \right|_{r_1}^{r_2}$$

$$C = \pi\varepsilon_0\varepsilon\beta^{-1} \cdot \log\frac{d_0 + \beta r_2^2}{d_0 + \beta r_1^2}$$

На рис. 5 показана зависимость нормированной емкости от коэффициента нелинейности функции расстояния между обкладками конденсатора.

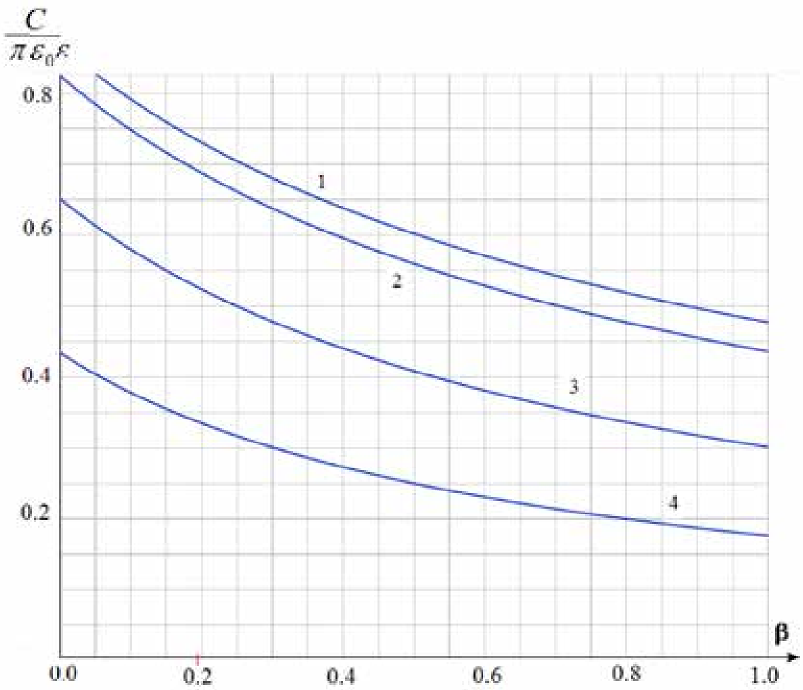

Рис. 5. Зависимость емкости от конструктивного параметра β
($1 - r_1 / r_2 = 0$, $2 - r_1 / r_2 = 0.05$, $3 - r_1 / r_2 = 0.25$, $4 - r_1 / r_2 = 0.5$)

Таким образом, видно, что неоднородности конструкций конденсаторов приводят к изменению емкости в больших пределах и могут эффективно использоваться для управления параметрами конденсаторов.

Заключение

Получены аналитические решения задачи расчета емкости планарных конденсаторов на интегральных схемах с неоднородным распределением расстояния между пластинами и с неоднородным распределением диэлектрической проницаемости. Установлено, что неоднородности в структуре конденсатора могут быть использованы для управления параметрами конденсатора.

Список литературы

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. СПб.: Лань, 2021. 500 с.

2. Nasruddin M., Manaf' and Kuwat Triyana M. and K. Analytical solutions for capacitance of a semi-cylindrical capacitive sensor. AIP. 2016. 1755. 020002. DOI: 10.1063/1.4958467.

3. Lang A., Monkman G.J. An analysis of the electrical capacitance between two conducting spheres. Journal of Electrostatics. 2020. Vol. 108. 103518. DOI: 10.1016/J.ELSTAT.2020.103518.

4. Чучева Г.В., Афанасьев М.С., Анисимов И.А., Георгиева А.И., Левашов С.А. Определение параметров планарных конденсаторов на основе тонкопленочных сегнетоэлектрических материалов // Известия Саратовского университета. 2012. Т. 12. Серия: Физика. Вып. 2. С. 8–11.

5. Кечиев Л.Н. Справочник по расчету емкости, индуктивности и волнового электрического сопротивления в электронной аппаратуре. Инженерное пособие. М.: Грифон, 2021. 280 с.

6. Иванова Д.А., Иванова М.А. Исследование зависимости ёмкости неоднородного конденсатора от его формы: материалы XI Международной студенческой научной конференции. «Студенческий научный форум». URL: https://scienceforum.ru/2019/article/2018010567 (дата обращения: 25.01.2022).