

## СТАТЬИ

УДК 621.315.55:537.632.3

**МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОНКИХ ПОЛОСОК ТОКА****Глущенко А.Г., Глущенко Е.П., Ванькова А.Е.***Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики,  
Самара, e-mail: gag646@yandex.ru*

Эффективное уменьшение размеров электронных систем коммуникации возможно при использовании интегральной технологии. Это определило необходимость разработки эффективных методов расчета схем, изготавливаемых методами интегральной технологии. Рассматриваются особенности создания магнитного поля широкими полосками проводников с равномерной плотностью тока, используемых при построении интегральных схем устройств управления параметрами электронных систем телекоммуникации. Известные результаты расчета магнитных полей, создаваемых токами, ограничиваются системами тонких проводников. Это ограничивает область применимости результатов расчета областью слаботочной электроники, когда плотность тока не превышает допустимых значений, определяемых потерями на эффект Джоуля–Ленца. Увеличение уровня мощности интегральных устройств с обеспечением допустимого уровня тепловых потерь определяет необходимость увеличения ширины полосок проводящих элементов интегральных схем и роста уровня мощности создаваемого токами интегральных элементов магнитных полей. С использованием закона Био–Савара–Лапласа получено аналитическое решение для расчета магнитных полей, создаваемых вблизи широких полосок, с равномерным распределением тока по прямому проводнику и для широких кольцевых полосок. Полученные результаты позволяют конструировать высокотехнологичные интегральные схемы высокой мощности с высокой теплостойкостью и механической надежностью.

**Ключевые слова:** магнитное поле, полоска проводника с током**MAGNETIC FIELD OF THIN CURRENT STRIPS****Glushchenko A.G., Glushchenko E.P., Vankova A.E.***Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, e-mail: gag646@yandex.ru*

An effective reduction in the size of electronic communication systems is possible with the use of integral technology. This determined the need to develop effective methods for calculating circuits manufactured by the methods of integrated technology. The features of creating a magnetic field by wide strips of conductors with a uniform current density used in the construction of integrated circuits of devices for controlling the parameters of electronic telecommunication systems are considered. The known results of calculating the magnetic fields generated by currents are limited to thin conductor systems. This limits the area of applicability of the calculation results to the area of low-current electronics, when the current density does not exceed the permissible values determined by the losses due to the Joule–Lenz effect. An increase in the power level of integrated devices with the provision of an acceptable level of heat losses determines the need to increase the width of the strips of the conducting elements of the integrated circuits and to increase the power level generated by the currents of the integrated elements of magnetic fields. Using the Bio–Savart–Laplace law, an analytical solution is obtained for calculating magnetic fields generated near wide strips with a uniform current distribution along a straight conductor and for wide ring strips. The results obtained make it possible to design high-tech integrated circuits of high power with high heat resistance and mechanical reliability.

**Keywords:** magnetic field, conductor strip with current

Внедрение микросхем в интегральном исполнении привело к необходимости разработки методов расчета магнитных полей, создаваемых элементами микросхем, с учетом увеличения степени взаимовлияния интегральных элементов в планарном исполнении, которое имеет обычно приемлемые значения для слаботочных сигналов, но должно учитываться при росте уровня мощности новых интегральных элементов микро– и наноразмеров в различных диапазонах частот [1, 2].

Расчет поля проводится аналитически только для тонких проводников или численными методами для более сложных конфигураций [3]. Этот недостаток теории требует создания новых физико-математических моделей [3, 4], которые позволят получить аналитические решения для схем планарной технологии. Мощность микроэлектрон-

ных электронных устройств, выполняемых обычно в интегральном исполнении, определяется сечением токопроводящих элементов из-за роста джоулевых потерь энергии при увеличении токов в схемах обработки информации и ограничена уровнями десятков микроватт, поэтому дальнейшее увеличение уровня мощности передаваемых сигналов в интегральных схемах требует развития методов аналитического расчета интегральных структур, в частности методов расчета электромагнитных полей в этих структурах [5]. Это позволяет создать новые устройства управления, в том числе в интегральном исполнении. Использование тонких пленок проводников тока дает возможность достаточно просто создать управляемое магнитное поле в интегральных схемах.

Цель исследования: вывод аналитических соотношений для расчета напря-

женности магнитного поля, создаваемого широкими полосками тока с равномерной плотностью тока по сечению проводников, для наиболее часто встречающихся в устройствах микро- и нанoeлектроники прямолинейных и кольцевых конфигураций (рис. 1, 2).

#### Моделирование и основные соотношения

Для расчета магнитного поля, создаваемого элементом проводника с током, используется закон Био–Савара–Лапласа:

$$d\mathbf{H} = \frac{I[\mathbf{dl}, \mathbf{r}]}{4\pi r^3}.$$

Для прямолинейного проводника, показанного на рис. 1:

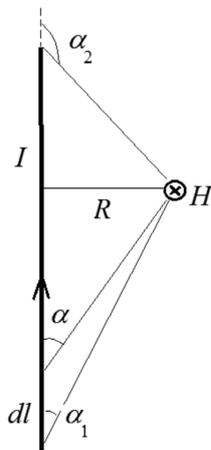


Рис. 1. К расчету магнитного поля, создаваемого тонким прямым проводником с током

напряженность магнитного поля, создаваемого в любой точке прямолинейным тон-

ким проводником конечной длины, определяется соотношением [1, 2]:

$$H = \frac{I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где  $R$  – кратчайшее расстояние от точки наблюдения до линии действия тока,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы, под которыми видны концы проводника из точки наблюдения.

#### Результаты исследования и их обсуждение

Рассмотрим тонкую полоску токопроводящего элемента шириной  $w = w_1 + w_2$ , по которому идет ток  $I$  в направлении оси  $Oz$  (рис. 2).

Каждый элемент тока тонкой полоски шириной  $dl$  с линейной плотностью тока  $j$  в полоске создает компоненту напряженности магнитного поля:

$$\begin{aligned} dH &= \frac{dl}{4\pi r(\beta)} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \\ &= \frac{j dl}{4\pi r(\beta)} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \end{aligned}$$

где  $j = \frac{I}{w}$  – линейная плотность тока,  $dI = j \cdot dl$ .

Из рис. 2 следует, что:

$$CD = dl \cdot \sin \beta, \quad CD = r \cdot \sin(d\beta) \approx r \cdot d\beta$$

$$\text{Отсюда: } dl \approx \frac{r \cdot d\beta}{\sin \beta}.$$

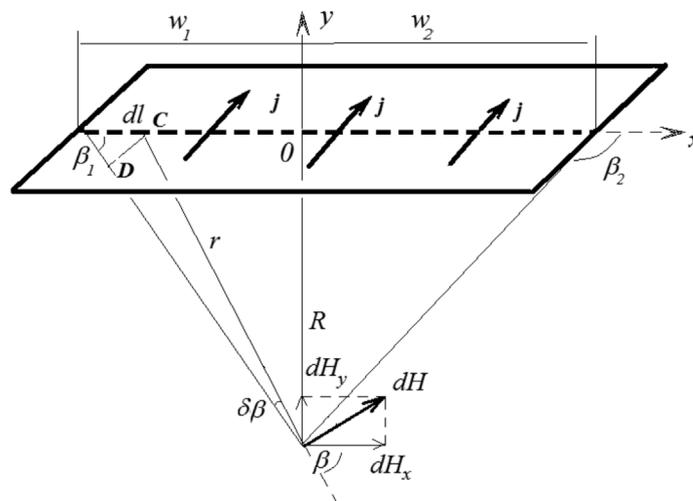


Рис. 2. Схема расчета магнитного поля, создаваемого широкой токопроводящей полоской

Проекция вектора напряженности магнитного поля на координатные оси  $xOy$  равны:  
 $dH_x = dH \cdot \sin \beta$ ,

$$dH_y = dH \cdot \cos \beta.$$

Компонента поля  $H_x$  определяется из:

$$H_x = \int_0^w dH_x = \int_0^w \frac{jdl}{4\pi r} \cdot \sin \beta \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{j \cdot rd\beta}{4\pi r \cdot \sin \beta} \cdot \sin \beta \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

или

$$\begin{aligned} H_x &= \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{j d\beta}{4\pi} \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{j}{4\pi} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) (\beta_2 - \beta_1) = \\ &= \frac{j}{4\pi} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \left( \pi - \operatorname{arctg} \frac{w_2}{R} - \operatorname{arctg} \frac{w_1}{R} \right). \end{aligned}$$

Окончательно компонента магнитного поля определяется соотношением:

$$H_x = \frac{I}{4\pi w} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \left( \pi - \operatorname{arctg} \frac{w_2}{R} - \operatorname{arctg} \frac{w_1}{R} \right)$$

где  $w = w_1 + w_2$  – ширина полосы.

Компонента магнитного поля  $H_y$  определяется из соотношения:

$$H_y = \int_0^w dH_y = \int_0^w \frac{jdl}{4\pi r} \cdot \cos \beta \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{j \cdot rd\beta}{4\pi r \cdot \sin \beta} \cdot \cos \beta \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

т.е.

$$\begin{aligned} H_y &= \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{j d\beta}{4\pi} \cdot \operatorname{ctg} \beta \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{j}{4\pi} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \int_{\beta_1}^{\beta_2} \operatorname{ctg} \beta \cdot d\beta = \\ &= \frac{j}{4\pi} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \ln \left| \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1} \right| = \frac{I}{4\pi w} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \ln \left| \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1} \right| \end{aligned}$$

В частном случае, если полосы с током считать бесконечно длинными, соотношения принимают вид:

$$H_x = \frac{j}{2\pi} (\beta_2 - \beta_1) = \frac{j}{2\pi} \left( \pi - \operatorname{arctg} \frac{w_2}{R} - \operatorname{arctg} \frac{w_1}{R} \right) = \frac{I}{2\pi w} \left( \pi - \operatorname{arctg} \frac{w_2}{R} - \operatorname{arctg} \frac{w_1}{R} \right)$$

$$H_y = \frac{j}{2\pi} \ln \left| \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1} \right| = \frac{I}{2\pi w} \ln \left| \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1} \right|$$

Рассмотрим расчет магнитного поля на оси широкой, тонкой, кольцевой полосы с равномерной плотностью тока (рис. 3).

Магнитное поле в плоскости полоска определяется для равномерной плотности тока соотношением:

$$H = \int_{r_1}^{r_2} dH = \int_{r_1}^{r_2} \frac{jdr}{2r} = \frac{j}{2} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{I}{2(r_2 - r_1)} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Полученные соотношения могут быть использованы и для расчета магнитного поля при неравномерном распределении плотности тока в поперечном сечении. В частности:

$$H = \int_{r_1}^{r_2} dH = \int_{r_1}^{r_2} \frac{j(r) dr}{2r}.$$

Например, при линейной функции распределения:

$$j(r) = Cr \text{ при } r_1 \leq r \leq r_2$$

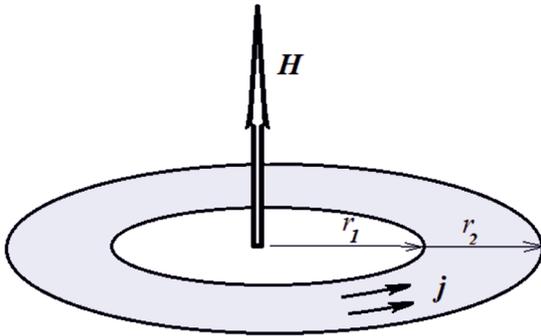


Рис. 3. Кольцевая полоска проводника с шириной полосы  $r_2 - r_1$

имеем:

$$H = \int_{r_1}^{r_2} dH = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Crdr}{2r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Cdr}{2} = \frac{C}{2}(r_2 - r_1)$$

здесь постоянная  $C$  определяется из условия заданного значения тока, пропускаемого через полоску проводника:

$$I = \int_{r_1}^{r_2} jdr = \int_{r_1}^{r_2} Crdr = \frac{Cr^2}{2} \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{C(r_2^2 - r_1^2)}{2}.$$

Таким образом,

$$C = \frac{2I}{r_2^2 - r_1^2}.$$

И магнитное поле в центре кольца определяется соотношением:

$$H = \frac{I}{r_1 + r_2}.$$

Рассмотрим напряженность магнитного поля, создаваемого на оси широкой кольцевой полоски с током на расстоянии  $h$  от ее

плоскости. Результирующее поле в силу симметрии структуры будет иметь только  $x$  составляющую, компонента

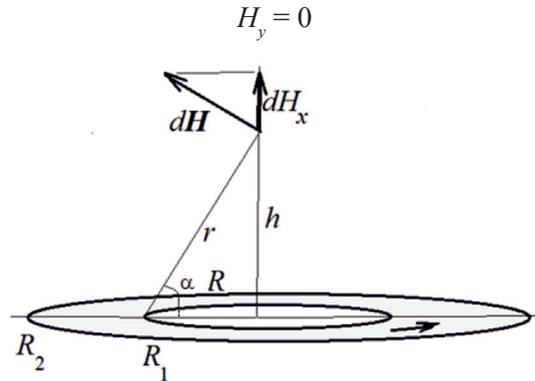


Рис. 4. Кольцевая полоска проводника с шириной  $R_2 - R_1$

Компонента проекции магнитного поля на ось  $Ox$  равна:

$$dH_x = dH \cdot \sin \alpha,$$

где угол  $\alpha$  определяется из прямоугольного треугольника (рис. 4):

$$\sin \alpha = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}},$$

Тогда компонента магнитного поля  $H_x$  может быть найдена из соотношения:

$$H_x = \int_{r_1}^{r_2} dH_x = \int_{r_1}^{r_2} dH \cdot \sin \alpha =$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{j dR \cdot h}{2r \cdot r} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{j dR \cdot h}{2(R^2 + h^2)}.$$

Интегрирование приводит к выражению для компоненты магнитного поля, перпендикулярной плоскости кольца:

$$H_x = \frac{j}{2} \left( \arctg \frac{R_2}{h} - \arctg \frac{R_1}{h} \right).$$

Или, выражая через силу тока в проводнике, ищем эту компоненту в виде:

$$H_x = \frac{I}{2(r_2 - r_1)} \left( \arctg \frac{R_2}{h} - \arctg \frac{R_1}{h} \right).$$

#### Заключение

Рассмотрена задача расчета магнитного поля, возбуждаемого широкими полосками проводника тока прямолинейной и кру-

говой формы. Получены аналитические решения для нескольких конфигураций, на основе которых возможно создание планарных элементов микро- и наноразмеров для различных диапазонов частот. Конечная ширина полосок с током влияет на распределение поля, что необходимо учитывать при проектировании функциональных элементов электроники. Увеличение ширины полосок тока в схемах в интегральном исполнении позволяет существенно увеличить допустимый уровень сигналов за счет увеличения уровня рассеяния тепловой энергии.

#### Список литературы

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2. СПб.: Лань, 2021. 500 с.
2. Фризен В.Э., Черных И.В., Бычков С.А., Тарасов Ф.Е. Методы расчета электрических и магнитных полей. Екатеринбург: УрФУ, 2014. 176 с.
3. Wang S., Yong H., Zhou Y. Modified FFT-based method for the calculations of the thin superconductors with transport current. *AIP Advances*. 2021. V. 11. P. 035103.
4. Сапогин В.Г., Прокопенко Н.Н., Манжула В.Г. О расчёте коэффициента увеличения планарной индуктивности спирального типа // *Фундаментальные исследования*. 2013. № 11–6. С. 1150–1153.
5. Glushchenko A.A., Glushchenko A.G., Glushchenko E.P. Analytical solution of the problem of calculating a magnetic field in the center of a correct polygon. *IScience*. 2019. no. 12 (56). P. 6–12.