

ОБЗОР

УДК 621:57.087

ОБЗОР МЕТОДОВ ТЕМПЕРАТУРНОГО КАРТИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ДЕФРОСТАЦИИ КРИОКОНСЕРВИРОВАННЫХ ПРОДУКТОВ КРОВИ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ ТРАНСФУЗИОННО-ИНФУЗИОННОЙ ТЕРАПИИ

¹Жданов А.Е., ¹Доросинский Л.Г., ¹Борисов В.И., ¹Негодяев К.Е., ²Евдоким Л.

¹ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина», Институт радиоэлектроники и информационных технологий – РТФ, Екатеринбург, e-mail: zhdanov@ieee.org;

²Infineon Technologies Romania SCS, Бухарест, e-mail: lucy_evd12@yahoo.com

В рамках проекта по исследованию и разработке методов быстрой высокоточной дефростации криоконсервированной крови и её продуктов для трансфузионно-инфузионной терапии предусмотрена разработка новых технических средств, позволяющих выполнять размораживание субстанции до целевой температуры +37 °С и реализовать термостатирование процесса в температурном диапазоне $\pm 0,5$ °С. С целью реализации инструментальных методов для трансфузионно-инфузионной терапии, необходимо моделировать процесс дефростации с высокой точностью с использованием методов температурного картирования процесса, в основе которого лежит теория теплопроводности. Учитывая произведенный обзор методов моделирования тепловой карты криоконсервированных продуктов крови, с целью решения уравнения теплопроводности построены две модели, решенные методом конечных разностей. Следует отметить, что в результате решения одномерного уравнения теплопроводности получены графики зависимости температуры от времени в выбранных точках. В свою очередь, результат решения двумерного случая – система уравнений, решенная с помощью формирования матрицы температур на базе Python. Таким образом, в настоящей статье приведен обзор методов моделирования, потенциально применимых к температурному картированию процесса дефростации, а также решены уравнения теплопроводности для одномерного и двумерного случаев.

Ключевые слова: метод Эйлера, задача Коши, метод конечных разностей, метод конечных элементов, теплопроводность, уравнение теплопроводности, дефростация, дефростация криоконсервированных продуктов крови, продукты крови, трансфузионно-инфузионная терапия, служба крови, размораживание, размораживатели

DEVELOPMENT RADIO-ELECTRONIC EQUIPMENT FOR DEFROSTING OF CRYOPRESERVED BLOOD AND ITS PRODUCTS: OVERVIEW OF TEMPERATURE MAPPING METHODS IN TRANSFUSION AND INFUSION THERAPY

¹Zhdanov A.E., ¹Dorosinskiy L.G., ¹Borisov V.I., ¹Negodyaev K.E., ²Evdochim L.

¹Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Engineering School of Information Technologies, Telecommunications and Control Systems, Yekaterinsburg, e-mail: zhdanov@ieee.org;

²Infineon Technologies Romania SCS, Bucharest, e-mail: lucy_evd12@yahoo.com

The project for the study and development of methods for rapid high-precision defrosting of cryopreserved blood and its products for transfusion and infusion therapy consists of developing new technical means. Defrosting device should allow defrosting the substance to a target temperature of +37 degrees Celsius and realizing the temperature control of the process in a range from -0.5 to +0.5 degrees Celsius. In order to implement instrumental methods for transfusion and infusion therapy, it is necessary to simulate the defrosting process with high accuracy by using methods of temperature mapping of the process. Such methods are based on the theory of thermal conductivity. Taking into account the performed review of methods for modeling the temperature mapping of cryopreserved blood products, to solve the heat conduction equation, two models were constructed that were solved by the method of finite differences. It should be noted that as a result of solving the one-dimensional equation of heat conduction, graphs of the temperature versus time at the selected points were obtained. In turn, the result of solving the two-dimensional case is a system of equations solved using the formation of a temperature matrix based on Python. Thus, this article provides an overview of modeling methods that are potentially applicable to temperature mapping of the defrosting process and also solves the heat conduction equations for the one-dimensional and two-dimensional cases.

Keywords: Euler's method, Cauchy problem, finite difference method, finite element method, heat conduction, heat equation, defrosting, defrosting of cryopreserved blood products, blood products, transfusion-infusion therapy, blood service, thawing, thawing equipment

Ниже приведены методы моделирования, потенциально применимые к моделированию тепловой карты криоконсервированных продуктов крови во время дефростации.

С целью решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений используются численные методы решения, в частности метод

Эйлера [1]. Данный метод, основанный на аппроксимации интегральной кривой кусочно-линейной функцией, относится к явным и является одношаговым методом первого порядка [2]. Обычно для упрощения метода Эйлера используется разбиение на четыре шага.

1. Явный метод Эйлера

Во-первых, вводится расчетная сетка. Часто сетка является равномерной, то есть имеет одинаковое расстояние между узлами t_n и t_{n+1} , что показано в формуле

$$\omega_\tau = \{t_n = n\tau, n = 0, 1, \dots, N_t\}. \quad (1)$$

Во-вторых, предполагается, что уравнение выполнено в узлах сетки:

$$u'(t_n) = F(t_n, u(t_n)), t_n \in \omega_\tau. \quad (2)$$

В-третьих, необходимо заменить производные конечными разностями. С этой целью требуется определить основные формулы, а также методы аппроксимации, так как производные могут быть аппроксимированы конечными разностями. Подход заключается в использовании определения производной

$$u'(t_n) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{u(t + \tau) - u(t)}{\tau}. \quad (3)$$

Чтобы не устремлять шаг сетки к нулю, необходимо использовать малый шаг τ_τ , который даст численное приближение $u'(t_n)$:

$$u'(t_n) \approx \frac{u^{n+1} - u^n}{\tau}. \quad (4)$$

В научной литературе приведенная аппроксимация имеет первый порядок по τ и именуется как разностная производная вперед $O(\tau)$. После чего необходимо использовать аппроксимацию производной. Таким образом, определен явный метод Эйлера:

$$F(t_n, y^n) \approx \frac{y^{n+1} - y^n}{\tau}. \quad (5)$$

В-четвертых, необходимо формирование численного алгоритма. Из выше представленного уравнения (5) следует, что необходимо определить значение y^n для того, чтобы решить уравнение относительно y^{n+1} и получить формулу для нахождения приближенного значения искомой функции на следующем временном слое t_{n+1} :

$$y^{n+1} = y^n + \tau F(t_n, y^n). \quad (6)$$

При условии наличия начального значения $y^0 = u^0$ возможно использование (6) для нахождения решений на последующих временных слоях.

2. Неявный метод Эйлера

С целью построения неявного метода Эйлера [3] необходимо установить значение функции F на новом временном слое (7), так как вероятность наличия неопределенных значений y^{n+1} равноценна в левой и правой частях разностного уравнения. Иными словами, данный метод можно рассматривать как некоторое усложнение явного метода Эйлера [4, 5].

$$\frac{y^{n+1} - y^n}{\tau} y^{n+1} = F(t_{n+1}, y^{n+1}). \quad (7)$$

3. Метод конечных разностей и элементов

Метод решения дифференциальных уравнений с частными производными, основанный на замене производных разностными схемами, в свою очередь, представляющими собой сеточные методы, принято называть методом конечных разностей (МРК) [6, 7]. В свою очередь, при решении задач комплекса научных дисциплин, ставящих своей целью решение физических проблем для технологических или практических применений, необходимо решать дифференциальные уравнения с частными производными. Численным методом решения таких уравнений, в том числе интегральных, является метод конечных элементов (МКЭ) [8, 9].

С целью реализации данного метода для решения дифференциального уравнения необходимо его представление в двух формах: конечно-разностной форме и частных производных. Иными словами, необходимо осуществить переход к дискретной конечно-разностной сетке, чаще встречающейся в научной литературе как дискретное пространство функций [10], реализуемое за счет перехода от непрерывного пространства. Эквивалентная формула, приведенная в (8), по аргументу x реализует определение производной от непрерывной функции u .

$$\begin{aligned} \frac{du(x)}{dx} y^{n+1} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x) - u(x - \Delta x)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \Delta x) - u(x - \Delta x)}{\Delta x}. \end{aligned} \quad (8)$$

Вышеописанные физические свойства относятся к свойствам физической системы и ее непрерывного математического представления, связанного с причинностью, положительностью, обратимостью, согласованностью и консервативностью. Свой-

ства системы определяются для решения эллиптической задачи методом конечных разностей на базе сетки в расчетной области, после чего необходимо определить разностную схему, в том числе для каждого узла сетки. С целью получения системы линейных алгебраических уравнений и определения аппроксимальных приближенных значений решения в узлах схемы, необходимо учесть краевые условия. Следует отметить, что размер шага сетки определяется следующим соотношением $\Delta x_j = \Delta x_{j+1} - x_j$, так как производные и другие члены уравнения, которые входят в дифференциальные уравнения, являются частью конечно-разностных выражений. В таблице приведено сравнение достоинств различных численных методов таких уравнений.

Сравнение МКР и МКЭ

Достоинства МКР	Достоинства МКЭ
– Высокая скорость построения разностной схемы для простых задач	– Проекционность и устойчивость метода; – возможность работы с геометрически (более) сложными областями; – возможность определения значения в любой точке на базе сформированного сплайна

Под расчетной сеткой понимается разбиение области на ячейки или дискретные подмножества точек, которые в свою очередь соединены непересекаемыми отрезками. В том случае, если расчетная сетка является структурированной и если она отображается на прямоугольной сетке в единичном кубе, то такая сетка является регулярной. Следует отметить необходимость сохранения порядка узлов для такой сетки. В противном случае структурированная сетка является равномерной и имеет постоянный шаг. Такие сетки принято называть неравномерными и подразделять на декартовы, имеющие прямоугольные и (или) криволинейные формы. Расчетные сетки, не попадающие под вышеописанное описание, считаются неструктурированными [11]. Среди преимуществ неструктурированных сеток можно отметить простоту их построения в областях, имеющих произвольную геометрию и, как следствие, низкую потенциальную точность решений.

Целью настоящей статьи является обзор методов моделирования, потенциально применимых к температурному картированию процесса дефростации, а также решение уравнения теплопроводности для одномерного и двумерного случаев. Полученные данные планируется использовать для соз-

дания математической модели процесса размораживания продуктов крови.

Материалы и методы исследования

Применительно к задаче моделирования тепловой карты криоконсервированных продуктов крови при дефростации, необходимо решить задачу теплопроводности. Таким образом, рассмотрим нормализованное уравнение теплопроводности в одном измерении с однородными граничными условиями Дирихле (9), где (10) – граничное условие, а (11) – начальное состояние.

$$U_t = U_{xx}; \quad (9)$$

$$U(0,t) = U(1,t) = 0; \quad (10)$$

$$U(x,0) = U_0(x). \quad (11)$$

Один из способов численного решения этого уравнения – аппроксимировать все производные конечными разностями. Разделим область в пространстве сеткой x_0, \dots, x_j , во время t_0, \dots, t_n используя сетку. В случае однородного разделения как в пространстве, так и во времени разница между двумя последовательными точками пространства будет h , а между двумя последовательными моментами времени будет k . В таком случае точки (12) будут представлять собой численное приближение $u(x_j, t_n)$.

$$u(x_j, t_n) = u_j^n. \quad (12)$$

1. Явный метод Эйлера

Использование разницы вперед во времени t_n и центральная разность второго порядка для пространственной производной в положении x_j получаем рекуррентное уравнение (13).

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{k} = \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2}. \quad (13)$$

Формула (13) представляет собой явный метод решения одномерного уравнения теплопроводности. Необходимо получить u_j^{n+1} от других значений таким образом:

$$u_j^{n+1} = (1 - 2r)u_j^n + ru_{j-1}^n + ru_{j+1}^n,$$

где

$$r = k / h^2. \quad (14)$$

Рекуррентным соотношением (14) и определенными значениями в момент времени n формируются соответствующие значения в момент $n+1$. В данном случае, а u_0^n и u_1^n необходимо заменить граничными условиями, в приведенном примере они равны 0. Явный метод численно

устойчив и сходится, когда $r \leq 1/2$, а численные ошибки пропорциональны шагу по времени и квадрату шага по пространству $\Delta u = O(k) + O(h^2)$.

2. Неявный метод Эйлера

По сравнению с явным методом Эйлера, неявный метод является численно более интенсивным, ввиду необходимости решения на каждом шаге, определенном фиксированном интервалом времени, систем числовых уравнений, что ведет к образованию линейных по временному шагу ошибок, в свою очередь квадратичных по пространственному шагу $\Delta u = O(k) + O(h^2)$.

В уравнении (15) показано решение одномерного уравнения теплопроводности u_j^{n+1} , определяемого из уравнения (13). С целью определения центральной разности для пространственной производной x_j (второго порядка) при решении уравнения (15) необходимо использование обратной разницы во времени t_{n+1} .

$$(1 + 2r)u_j^{n+1} - ru_{j-1}^{n+1} - ru_{j+1}^{n+1} = u_j^n \quad (15)$$

3. Сравнение методов конечных разностей

По способу выбора сетки, связывающих значения неизвестной функции в узлах сетки, а также по правилам формирования уравнений различают аналитические методы для решения задач, основанные на численных методах, позволяющих реализовать конкретное числовое описание (или модель) протекающего физического процесса. Однако такое числовое описание (модели) не позволяет судить о каких-либо качественных особенностях моделируемого или исследуемого процесса, так как численное решение задачи математической физики предполагает некоторую пространственно-временную область и ее приближенный дискретный аналог.

Для целей численного решения уравнения теплопроводности, а также аналогич-

ных уравнений, формализованных в виде частных производных, возможно использование вышеописанных методов, к коим относится метод Кранка – Николсона, представляющий собой метод конечных разностей и являющийся методом второго порядка относительно временной шкалы [12, 13].

Следует отметить, что допуском явной схемы является меньшая точность и высокая трудоемкость, сопряженная с высокой нестабильностью, ввиду требовательности данной схемы к большому объему вычислений, в частности применительно к решению методом неявной схемой для больших временных шагов. Таким образом, решения, полученные с использованием вышеописанного метода, применительно к аппроксимации уравнения теплопроводности, показаны на рис. 1.

С целью определения температуры, определенной в каждом узле сетки локальной характеристикой, необходимо получить систему линейных алгебраических уравнений на базе аппроксимации или замены частных производных дифференциального уравнения конечными разностями [14], так как при формализации алгебраических систем необходимо добиться высокого качества аппроксимации и в то же время эффективного устойчивого решения. Иными словами, конечно-разностные аппроксимации используются как замена производных в дифференциальном уравнении.

Уменьшение расстояния между соседними узлами системы и увеличение их количества, возникающее при дискретизации, связывающее значения искомой величины в узлах сетки и позволяющее заменить дифференциальное уравнение, а также краевые условия на близлежащих узлах, является главным принципом, на котором построен метод конечных разностей.

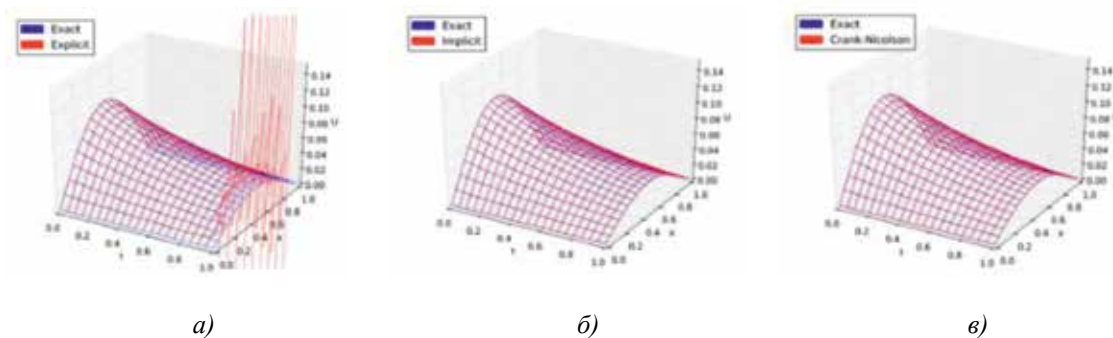


Рис. 1. Аппроксимация уравнения теплопроводности на базе методов конечных разностей следующими схемами: а) явный метод; б) неявный метод; в) метод Кранка – Никольсона

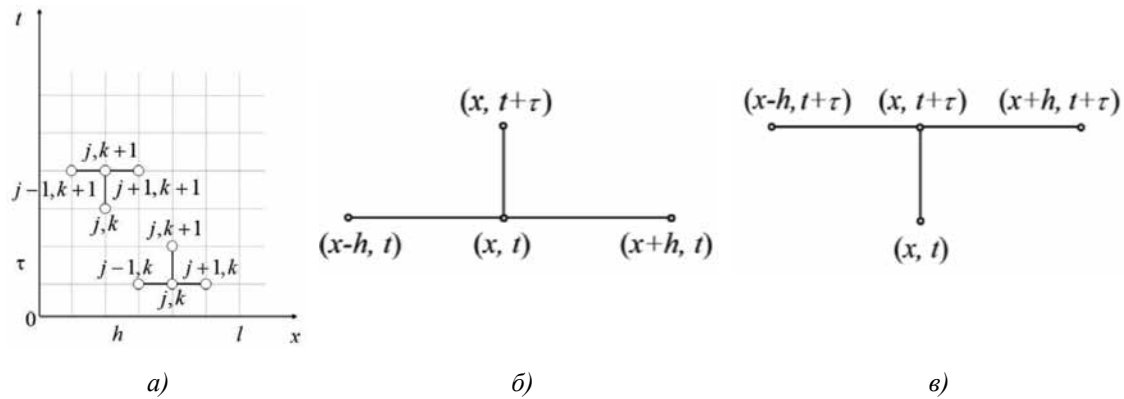


Рис. 2. Метод конечных разностей: а) разностная схема метода конечных разностей; б) шаблон явной схемы для уравнения теплопроводности; в) шаблон неявной схемы для уравнения теплопроводности

Однако вкуче с расположением узлов слоями по переменным данный метод может накладывать ограничения, связанные со структурой сетки, что в простых ситуациях (например, при решении задачи с неподвижными границами) ведет к изменению диапазона времени t , не связанному с изменением переменных, определенных в пространственных координатах x, y, z . С целью формирования уравнений прямоугольной сетки на базе времени, а также одной пространственной координате на рис. 2, а, показана разностная схема, применяемая для формирования таких уравнений.

На рис. 2, б и в, показаны шаблоны явной и неявной схемы для решения уравнений теплопроводности. Шаблон – это совокупность узлов сетки, значения в которых используются при аппроксимации дифференциального оператора.

Результаты исследования и их обсуждение

1. Применение метода конечных разностей для решения одномерного уравнения теплопроводности.

Дифференциальное уравнение с постоянной температурой по оси Oy и Oz при следующих условиях будет иметь вид (16). T_0 – начальная температура (внутри пластины отсутствуют любые источники тепловыделения), T_d – постоянная температура, поддерживаемая на одной границе пластины. Вышеуказанные условия представляют собой задачу анализа теплопередачи через плоскую бесконечной длины пластину, являющуюся также эквивалентом изолированного стержня [15, 16] и представленную на рис. 3, а.

$$\frac{dT}{dt} = D \frac{d^2T}{dx^2}. \quad (16)$$

Где следующие начальные условия (17):
 – температура по всей плоскости $T(t=0, x)=0$;
 – температура в начале стержня $T(t > x=0)=10$;
 – (17).

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_t - T_{t-1}}{dt};$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_j - T_{j-1}}{dx}; \quad (17)$$

$$\frac{dT}{dt} = D \frac{d^2T}{dx^2}.$$

Результат вычислений – график в произвольной выбранной точке с изменением температуры за время. На рис. 4, а, зависимость температуры от времени в 10 точке стержня. На рис. 4, б, для сравнения выведены три графика: желтый – зависимость температуры от времени в точке 10, синий – зависимость температуры от времени в точке 25, зеленый – зависимость температуры от времени в точке 40.

2. Применение метода конечных разностей для решения двумерного уравнения теплопроводности.

Представленные на рис. 5, а и б, распределения температуры показывают тепловую карту пластины после нагрева в течение 100 с в диапазоне от 23 до 24 °С. Получены следующие результаты расчета: $L=0,1$ м, $H=0,1$ м, $\lambda=46$ Вт/(м·°С), $\rho=7800$ кг/м³, $c=460$ Дж/(кг·°С).

С целью решения данной двумерной задачи были определены начальные условия, а именно длина и высота пластины, имеющие размеры $L=H=5$, а также адиабатические горизонтальные границы, поддерживающие постоянные температуры T_h и T_c на вертикальных границах, при условии на-

личия начальной температуры области решения T_0 , что визуализировано на рис. 3, б.

Сущность такого подхода состоит в дискретизации двумерного уравнения только в направлении Ox и получении одномерного уравнения и, как следствие, реализации повторной дискретизации уравнения только в направлении оси Oy . Таким образом,

определение температурного поля на целом шаге по времени реализуется с помощью решения полученного одномерного уравнения, которое является устойчивым и имеет свойства суммарной аппроксимации. Вышеописанная схема в научной литературе встречается под названием локально одномерная схема А.А. Самарского [17, 18].

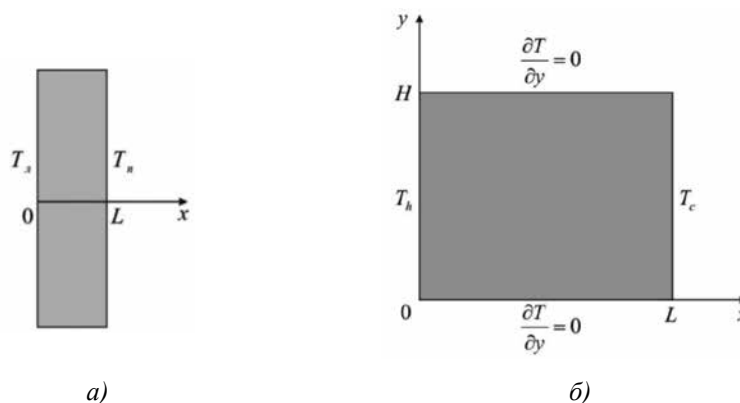


Рис. 3. Визуализация условий задачи теплопередачи: а) для решения одномерного уравнения теплопроводности; б) для решения двумерного уравнения теплопроводности

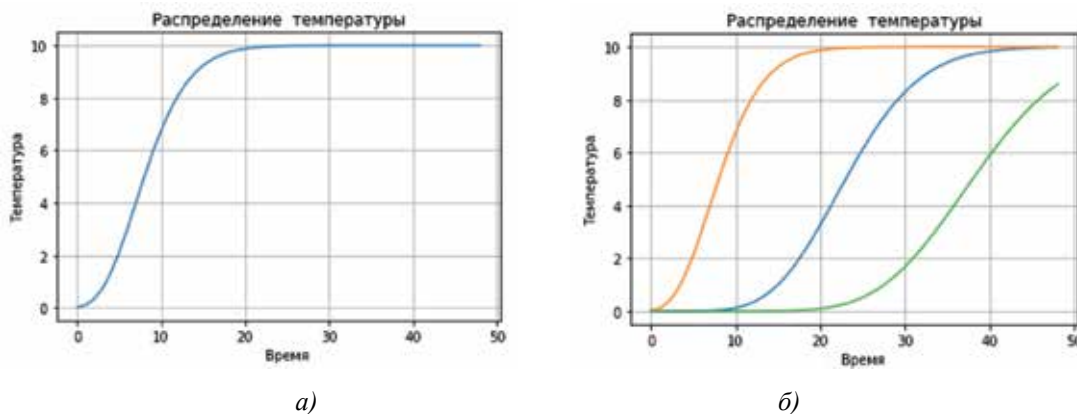


Рис. 4. Графики распределения температур: а) нагрев стержня в точке 10; б) желтый – зависимость температуры от времени в точке 10, синий – зависимость температуры от времени в точке 25, зеленый – зависимость температуры от времени в точке 40

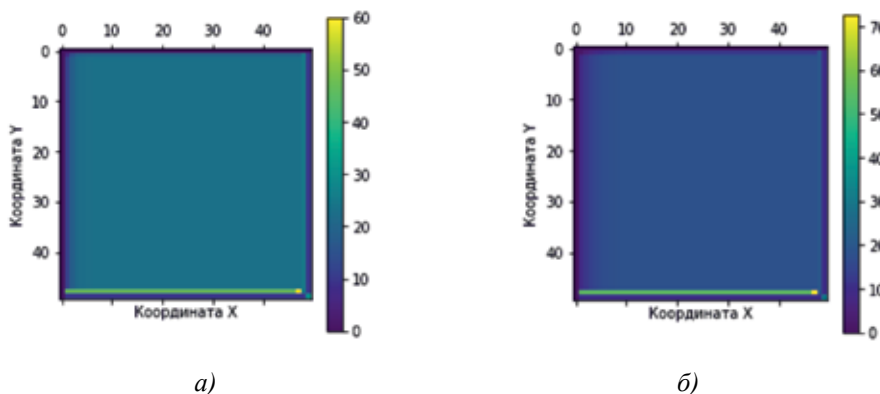


Рис. 5. Распределение температуры по поверхности пластинки: а) за 100 с; б) за 500 с

Заключение

В настоящей статье приведен обзор методов моделирования [18], потенциально применимых к моделированию тепловой карты криоконсервированных продуктов крови во время дефростации [19, 20]. Построены две модели уравнения теплопроводности для решения методом конечных разностей. Решение одномерного уравнения теплопроводности реализовано успешно, в результате реализации получены графики зависимости температуры от времени в выбранных точках. Что касается двумерного случая, то система уравнений решена с помощью формирования матрицы температур, однако при написании кода была допущена ошибка, не влияющая на процесс визуализации расчетов в Python. При разработке программы моделирования теплового поля градиентного типа, где на оси Ox задается длина, а на Oy высота, площадь графика – площадь пластинки, в свою очередь градиентом выступает показание температуры в каждой точке, использовалась библиотека `matplotlib` [21, 22]. Таким образом, в настоящей статье реализован расчет простых уравнений теплопроводности на базе Python с использованием метода конечных разностей.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-37-90037.

Список литературы

1. Карпаев А.А., Алиев Р.Р. Применение упрощенного неявного метода Эйлера для решения задач электрофизиологии // Компьютерные исследования и моделирование. 2020. Т. 12. № 4. С. 845–864.
2. Семенова И.Э., Дмитриев С.В., Шестов А.А. Численное моделирование неоднородностей в трехмерной постановке метода конечных элементов // Горный журнал. 2020. № 12. С. 35–39.
3. Grinevich P.G., Santini P.M. The finite gap method and the analytic description of the exact rogue wave recurrence in the periodic NLS Cauchy problem. *Nonlinearity*. 2018. Vol. 31. No. 11. P. 5258.
4. Kuznetsov E.B., Leonov S.S. Parametrization of the Cauchy problem for systems of ordinary differential equations with limiting singular points. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2017. Vol. 57. No. 6. P. 931–952.
5. Dzherbashian M.M., Nersesian A.B. Fractional derivatives and Cauchy problem for differential equations of fractional order. *Fractional Calculus and Applied Analysis*. 2020. Vol. 23. No. 6. P. 1810–1836.
6. Takekawa J., Mikada H. A mesh-free finite-difference method for elastic wave propagation in the frequency-domain. *Computers & Geosciences*. 2018. Vol. 118. P. 65–78.
7. Stynes M., O’Riordan E., Gracia J.L. Error analysis of a finite difference method on graded meshes for a time-fractional diffusion equation. *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 2017. Vol. 55. No. 2. P. 1057–1079.
8. Макеев С.А., Литунов С.Н., Проскуражов Н.Е., Комлев А.А., Ареф Х.Х., Бочкарева С.С. Расчет деформации сетчатой основы трафаретной формы в печатном аппарате повышенной точности методом конечных разностей // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2019. № 7. [Электронный ресурс]. URL: https://tidings.tsu.tula.ru/tidings/pdf/web/preview_therest_ru.php?x=tsu_izv_technical_sciences_2019_07_c&year=2019 (дата обращения: 01.04.2021).
9. Анискин Н.А., Чык Н.Ч., Брянский И.А., Хынг Д.Х. Определение температурного поля и термонапряженного состояния укладываемого бетонного массива методом конечных элементов // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. № 11 (122). DOI: 10.22227/1997-0935.2018.11.1407–1418.
10. Girolami M., Febrianto E., Yin G., Cirak F. The statistical finite element method (statFEM) for coherent synthesis of observation data and model predictions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2021. Vol. 375. P. 113533.
11. Комлев А.А., Макеев С.А. Расчет прямоугольных пластин на упругом основании методом конечных разностей // Динамика систем, механизмов и машин. 2017. Т. 5. № 1. [Электронный ресурс]. URL: http://biblioserver.usurt.ru/cgi-bin/cgiirbis_64 (дата обращения: 01.04.2021).
12. Gunzburger M., Wang J. A second-order Crank-Nicolson method for time-fractional PDEs. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*. 2019. Vol. 16. No. 2. P. 225–239.
13. Qiu W., Xu D., Guo J. The Crank-Nicolson-type Sinc-Galerkin method for the fourth-order partial integro-differential equation with a weakly singular kernel. *Applied Numerical Mathematics*. 2021. Vol. 159. P. 239–258.
14. Попов Д.Н., Диденко В.Н., Касимов Р.З. Методика численного моделирования фазовых переходов теплоаккумулирующих материалов, заключенных в двумерный объем // Интеллектуальные системы в производстве. 2015. № 1. С. 26–30.
15. Махмуд М.А.А., Меджахед А.М. Эффекты вязкой диссипации и тепловыделения (поглощения) в тепловом пограничном слое неньютоновской жидкости на движущейся проницаемой плоской пластине // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50. № 5. С. 107–114.
16. Amanulla C., Wakif A., Saleem S. Numerical Study of a Williamson Fluid Past a Semi-Infinite Vertical Plate with Convective Heating and Radiation Effects. *Diffusion Foundations*. 2020. Vol. 28. P. 1–17.
17. Толстых В.К., Пшеничный К.А. Математическое моделирование нестационарных тепловых процессов в противоточных теплообменных аппаратах // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2020. № 51. DOI: 10.17223/19988605/51/6.
18. Negodyaev K.E., Zhdanov A.E., Borisov V.I., Dorosinskiy L.G. Overview of Blood Mixers for Transfusion Therapy: Characteristics, Features, and Development Potential // 2020 Ural Symposium on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology (USBEREIT) (Екатеринбург, 14–15 мая 2020 г.). Екатеринбург: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2020. С. 109–112.
19. Evdochim L., Zhdanov A.E., Borisov V.I., Dobrescu D. Reflection Coefficient in Pressure Pulse of Human Blood Flow // 2020 13th International Conference on Communications (COMM) (Бухарест, 18–20 июня 2020 г.). Бухарест: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2020. С. 65–68.
20. Evdochim L., Zhdanov A.E., Borisov V.I., Dobrescu D., Dorosinskiy L.G. Blood Mixers for Transfusion Therapy: Photoplethysmogram application for blood velocity determination // 2020 IEEE International Symposium on Medical Measurements and Applications (MeMeA) (Бари, 1 июня 2020 г. – 1 июля 2020 г.). Бари: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2020. С. 1–6.
21. Moruzzi G. Plotting with Matplotlib. *Essential Python for the Physicist*. Springer, Cham. 2020. P. 53–69.
22. Lemenkova P. Python libraries matplotlib, seaborn and pandas for visualization geospatial datasets generated by QGIS. *Analele stiintifice ale Universitatii «Alexandru Ioan Cuza» din Iasi-seria Geografie*. 2020. Vol. 64. No. 1. P. 31–32.