

УДК 621.37

ЗАВИСИМОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ДИФРАГИРОВАННОГО СВЕТА ОТ СТРУКТУРЫ ПОЛЯ В ОТВЕРСТИИ ПЛОСКОГО ЭКРАНА

Глущенко А.Г., Глущенко Е.П., Фирсова А.А.

ФГБОУ ВО «Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики», Самара, e-mail: gag646@yandex.ru

Рассматривается дифракция электромагнитных волн на одиночной щели в плоском тонком экране. Показано влияние неоднородности распределения интенсивности падающего излучения в плоскости щели на дифракционную картину. Исследованы два типа неоднородности и получены аналитические решения для расчета распределения интенсивности дифрагированного поля для квадратичной функции и гармонической функции. Полученные соотношения в предельном случае однородного поля в плоскости щели соответствуют известным результатам теории дифракции. Показана зависимость дифракционной картины от характера и степени неоднородности излучения в плоскости отверстия в экране. Для случая неоднородности поля, описываемой квадратичной функцией распределения неоднородности поля по плоскости щели неоднородность не влияет на положение дифракционных минимумов и проявляется в изменении уровня дифракционных максимумов. Рассмотрена зависимость дифракционной картины от величины неоднородности. Неоднородность, описываемая гармонической функцией, при малой степени неоднородности проявляется в величине дифракционных максимумов. При высокой степени неоднородности приводит к качественному искажению дифракционной картины, формированию максимумов высокого порядка с интенсивностью максимумов большей, чем у интенсивности максимумов малого порядка. Установлена область применимости модели однородного распределения поля по поперечному сечению падающего на экран излучения.

Ключевые слова: дифракция, электромагнитные волны, неоднородность поля, экран, щель, дифракционные максимумы, смещение дифракционной картины

THE DEPENDENCE OF THE DISTRIBUTED LIGHT INTENSITY DISTRIBUTION ON THE STRUCTURE OF THE FIELD IN THE HOLE OF THE FLAT SCREEN

Glushchenko A.G., Glushchenko E.P., Firsova A.A.

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, e-mail: gag646@yandex.ru

The diffraction of electromagnetic waves on a single slit in a flat thin screen is considered. The effect of the inhomogeneity of the incident radiation intensity distribution in the slit plane on the diffraction pattern is considered. Two types of inhomogeneity are considered and analytical solutions for the calculation of the diffracted field intensity distribution for the quadratic function and the harmonic function are obtained. The obtained relations in the limiting case of a homogeneous field in the slit plane correspond to the known results of the diffraction theory. The dependence of the diffraction pattern on the nature and degree of inhomogeneity of radiation in the plane of the hole in the screen is shown. For the case of the field inhomogeneity described by the quadratic distribution function of the field inhomogeneity in the slit plane, the inhomogeneity does not affect the position of the diffraction minima and is manifested in the change in the level of the diffraction maxima. The dependence of the diffraction pattern on the inhomogeneity is considered. The inhomogeneity described by the harmonic function, with a small degree of inhomogeneity, is manifested in the value of the diffraction maxima. At a high degree of inhomogeneity leads to a qualitative distortion of the diffraction pattern, the formation of high-order maxima with a maximum intensity greater than that of low-order maxima. The area of applicability of the model of uniform field distribution over the cross-section of the radiation incident on the screen is established.

Keywords: diffraction, electromagnetic waves, field heterogeneity, screen, slit, diffraction maxima, the diffraction pattern shift

Явление дифракции волн проявляется в перераспределении энергии излучения в различных точках пространства при взаимодействии волн с экранами, огибании волнами препятствий, проникновении волн в экранированные участки пространства, в область «геометрической тени» и широко используется в различных областях волноводной техники [1–3]. Дифракция волн на различных структурах, достаточно подробно рассмотренная и описанная в литературе [4–6], посвящается преимущественно исследованиям влияния конфигураций экранов на дифракционную картину, мето-

дам расчета, вопросам точности расчета. Одной из ключевых является модель дифракции на щели, для которой рассчитывается интенсивность распределения света в зависимости от угла дифракции ($0 \leq \varphi \leq \pi/2$) и длины волны для плоских волн падающих перпендикулярно или под углом к плоскости щели [3].

Целью настоящей работы являлось теоретическое исследование зависимости поля дифракции от поперечной структуры поля падающего излучения. На основании анализа решений волновых уравнений получены аналитические соотношения для

расчета дифракционной картины и проводится анализ влияния распределения поля падающего излучения в плоскости щели на дифракционную картину. Установлена зависимость интенсивности излучения от степени неоднородности излучения в плоскости щели в экране. Показано, что для неоднородности поля, описываемой квадратичной функцией, неоднородность структуры поля не влияет на положение дифракционных минимумов, а проявляется в изменении уровня дифракционных максимумов. Неоднородность, описываемая гармонической функцией, при высокой неоднородности приводит к сильному искажению дифракционной картины, формированию максимумов высокого порядка с интенсивностью большей, чем у максимумов нулевого порядка.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на щели в плоском тонком экране (рис. 1). Разобьем открытую часть волновой поверхности ($y = 0$, $0 < x < a$) на параллельные краям щели элементарные зоны излучения ширины. Волны, посылаемые вторичными источниками зонами в направлении угла φ , соберутся в точке экрана P (рис. 1). Каждый вторичный источник в области щели dx создаст в точке P колебание dE_φ . Его амплитуда пропорциональна ширине dx элементарной зоны. Используя принцип Гюйгенса, имеем результирующую амплитуду колебаний, создаваемых вторичными волнами по всей ширине щели a в экране, в виде

$$\begin{aligned} E_\varphi &= \int dE_\varphi = \int_0^a E(x) \exp[i(\omega t - \Delta\Phi(x))] dx = \\ &= \int_0^a E(x) \exp[i(\omega t - k\Delta)] dx = \\ &= \int_0^a E(x) \exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi\right) dx\right], \end{aligned}$$

где $\Delta\Phi(x) = k\Delta = kx \sin \varphi$ – отставание по фазе колебаний, создаваемых зоной с координатой x от колебаний, создаваемых зоной с координатой $x = 0$, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны.

При $E(x) = E_0$, вводя параметр $u = (\pi/\lambda) a \sin \varphi$, получаем для напряженно-

сти электрического поля известный результат, соответствующий работе [3]:

$$E_\varphi = E_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right) \cos(\omega t - u).$$

Тогда интенсивность поля равна

$$I_\varphi = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2.$$

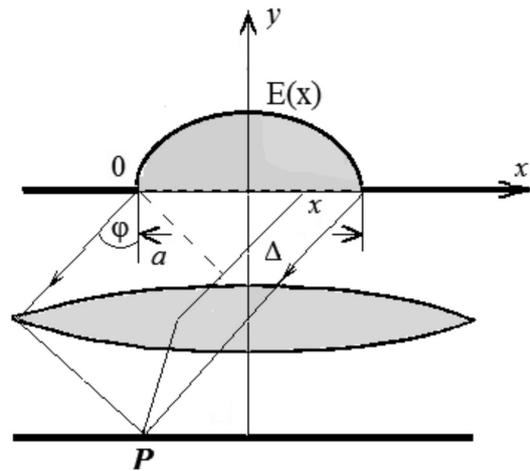


Рис. 1. Дифракция неоднородного по ширине щели поля

Рассмотрим влияние неоднородности по ширине щели поля падающего излучения на дифракционную картину. При этом рассмотрим интересные для практики случаи, когда интенсивность падающих волн максимальна в центре щели и спадает при приближении к краям щели.

Результаты исследования и их обсуждение

1. Рассмотрим случай, когда распределение напряженности поля описывается функцией

$$E(x) = E_0 (1 - \alpha x^2),$$

где α – параметр неоднородности поля. В этом случае может быть получено аналитическое решение для функции распределения поля дифракции в виде соотношения

$$E_\varphi = \int_0^a E_0 (1 - \alpha x^2) e^{i(\omega t - kx \sin \varphi)} dx = E_0 \left\{ \int_0^a e^{i(\omega t - kx \sin \varphi)} dx - \int_0^a \alpha x^2 e^{i(\omega t - kx \sin \varphi)} dx \right\},$$

$$E_\varphi = 2E_0 e^{i\omega t} \left[\frac{\sin(ka \sin \varphi)}{ka \sin \varphi} \left(1 + \alpha a^2 - \frac{2\alpha}{(k \sin \varphi)^2} \right) + \frac{2\alpha}{(k \sin \varphi)^2} \cos(ka \sin \varphi) \right]$$

или, вводя для удобства анализа параметр $u = ka \sin \varphi$, имеем

$$E_\varphi = 2E_0 e^{i\omega t} \left[\frac{\sin(u)}{u} \left(1 + \alpha a^2 - \frac{2\alpha a^2}{u^2} \right) + \frac{2\alpha a^2}{u^2} \cos(u) \right].$$

Коэффициент передачи волны через экран с отверстием в виде одиночной щели имеет следующий вид:

$$K_\varphi = \left(\frac{E_\varphi}{E_0} \right)^2 = 4e^{i2\omega t} \left[\frac{\sin(u)}{u} \left(1 + \alpha a^2 - \frac{2\alpha a^2}{u^2} \right) + \frac{2\alpha a^2}{u^2} \cos(u) \right]^2.$$

На рис. 2 показан график зависимости распределения интенсивности излучения в зависимости от параметра u , определяемого углом дифракции и нормированной на длину волны шириной щели в экране для различных коэффициентов α , характеризующих степень неоднородности поля в области щели. Из графика следует, что неоднородность поля падающей волны в области щели проявляется для данного типа неоднородности преимущественно в изменении максимумов интенсивности. Углы дифракционных минимумов от степени неоднородности поля не зависят.

2. Для другого типа неоднородности поля, описываемой функцией

$$A(x) = A_0 \cos bx$$

(b – параметр, характеризующий степень неоднородности поля), поле дифракции принимает вид

$$\begin{aligned} A_\varphi &= \int_0^a A_0 \cos bxe^{i(\omega t - kx \sin \varphi)} dx = A_0 e^{i\omega t} \int_0^a \cos bxe^{-ikx \sin \varphi} dx = \\ &= A_0 e^{i\omega t} \frac{1}{-k^2 \sin^2 \varphi + b^2} \left[-k \sin \varphi \cdot \sin(ka \sin \varphi) \cos ba + b \sin ba \cdot \cos(ka \sin \varphi) \right]. \end{aligned}$$

Или, вводя для удобства анализа обобщенный параметр $d = ab$, где a – ширина щели, имеем соотношение

$$A_\varphi = \frac{A_0 e^{i\omega t} a}{-u^2 + d^2} \left[-u \cdot \sin(u) \cos d + d \sin d \cdot \cos(u) \right].$$

В частности, при $b = 0$ (равномерное в области щели распределение интенсивности падающей волны, распределение поля падающей волны в плоскости щели однородное, рис. 3, кривая 1) имеем известный [3] результат:

$$A_\varphi = A_0 e^{i\omega t} \frac{e^{ca} - e^{-ca}}{c} = A_0 e^{i\omega t} \frac{e^{-ika \sin \varphi} - e^{ika \sin \varphi}}{ika \sin \varphi} = -2A_0 e^{i\omega t} \frac{\sin(ka \sin \varphi)}{ka \sin \varphi}.$$

Распределение интенсивности поля дифракции для частного случая равномерного распределения поля по поперечному сечению падающего излучения ($b = 0$) представлено на рис. 4 (кривая 1).

На рис. 3 для сравнения показаны четыре случая распределения поля падающего излучения в области щели при различных параметрах неоднородности, характеризующей обобщенным параметром d . На рис. 4 показано (соответствующее случаям рас-

пределения поля в области щели на рис. 3) распределение интенсивности поля в области дифракции в зависимости от параметра $u = ka \sin \varphi$, пропорционального углу дифракции.

На рис. 4 однородному в плоскости щели полю соответствует кривая 1. Различным параметрам неоднородного поля $d > 0$ соответствуют кривые 2, 3, 4. Анализ показывает, что при $d < 2$ (относительно малой неоднородности распределения поля) рас-

пределение интенсивности поля дифракции по параметру u , пропорциональному углу дифракции, качественно не меняется. При этом интенсивности в области максимумов уменьшаются, положение максимумов и минимумов первого и высших порядков сдвигается в сторону увеличения u (расстояние между максимумами высших порядков увеличивается). При увеличении неоднородности поля до уровня интенсив-

ность максимума нулевого порядка падает до нуля, при этом, однако, формируются два новых максимума, интенсивность которых растет с ростом параметра d . Расстояние между максимумами растет с ростом параметра d . В диапазоне $2 < d < 2,5$ центральный максимум переходит в локальный минимум, уровень интенсивности которого падает до нуля при росте неоднородности до $d = 3$.

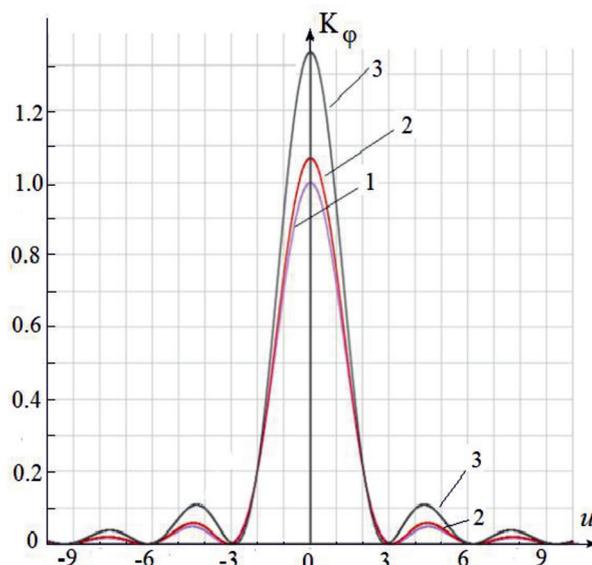


Рис. 2. Зависимость коэффициента передачи от параметра $u = ka \sin \varphi$:
 $1 - aa^2 = 0$ – однородное поле, $2 - aa^2 = 0,1$, $3 - aa^2 = 0,5$

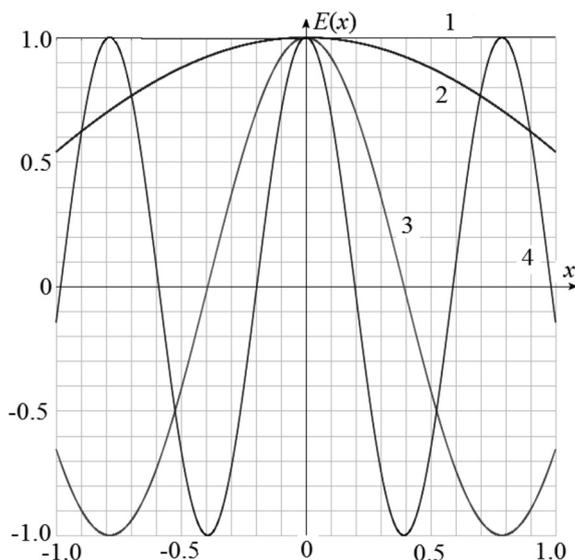


Рис. 3. Распределение поля в плоскости щели при различных параметрах неоднородности:
 $1 - d = 0$ (однородное поле в области щели), $2 - d = 1$ (малая неоднородность), $3 - d = 4$, $4 - d = 8$

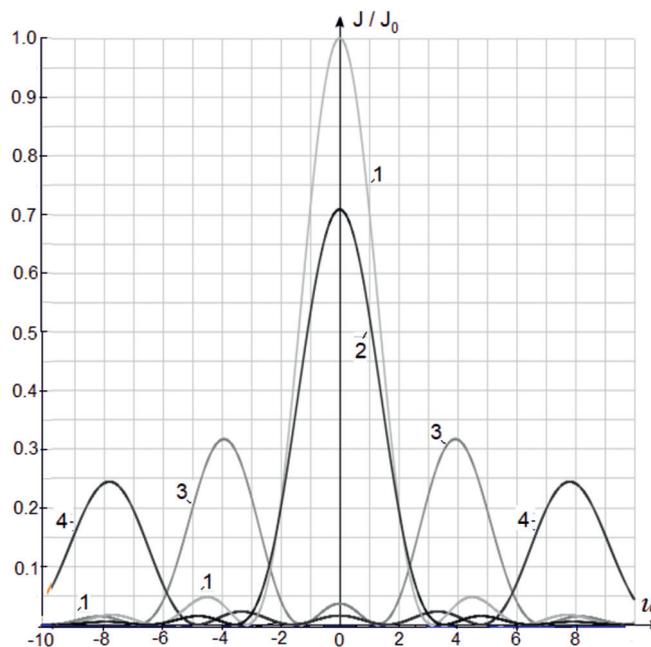


Рис. 4. Распределение интенсивности поля в области дифракции при различных соответствующих рис. 3 параметрах неоднородности поля в плоскости щели: кривая 1 – $d = 0$, 2 – $d = 1$, 3 – $d = 4$, 4 – $d = 8$

Из графиков видно, что неравномерность поля в плоскости щели приводит к дополнительному перераспределению интенсивности: интенсивность максимумов растет и смещается в центр дифракционной картины. Это связано с изменением условия минимума по Френелю из-за неравномерности поля в области отверстия. Аналогичная картина наблюдается при других типах распределения интенсивности света в области отверстия. Таким образом, неравномерность поля в области отверстий в экранах может существенно влиять на дифракционную картину.

Заключение

Дифракция волн на экранах приводит к перераспределению энергии волн в пространстве, которое зависит от частоты (длины волны) и степени неоднородности поля в плоскости щели в экране и приводит [3] к частотному искажению сигналов, что необходимо учитывать при создании элементов систем связи. Поэтому ранее полученные результаты различных исследований, не учитывающие поперечной структуры падающего излучения, могут иметь

существенную погрешность. Представляет интерес рассмотреть другие источники искажения дифракционной картины, в частности, движение сред, заполняющих структуры [7].

Список литературы

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
2. Дифракционная нанофотоника / Под ред. В.А. Сойфера. М.: Физматлит, 2011. 680 с.
3. Савельев И.В. Курс физики. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. СПб.: Лань, 2008. 480 с.
4. Emmanuel I. Ugwu, Stephen D. Songden, Y.Y. Jabil. Attenuation of Electromagnetic Wave Propagating Through Roofing Sheet: Aluminum, Zinc and Asbestos. American Journal of Electromagnetics and Applications. 2017. Vol. 5. No. 1. P. 7–13. DOI: 10.11648/j.ajea.20170501.12.
5. Налимов А.Г., Котляр В.В. Острая фокусировка света планарной градиентной микролинзой // Компьютерная оптика. 2016. Т. 40. № 2. С. 135–140. DOI: 10.18287/2412-6179-2016-40-2-135-140.
6. Головастикова Н.В., Быков Д.А., Досколович Л.Л., Сойфер В.А. Дифракционные решетки для дифференцирования оптических импульсов в пропускании и отражении // Компьютерная оптика. 2013. № 37 (2). С. 138–145.
7. Глушенко А.Г., Глушенко Е.П. Влияние движения среды на интерференционную картину, формируемую двумя когерентными источниками // Научный вестник. 2015. № 3 (5). С. 108–112. DOI: 10.17117/nv.2015.03.108.