УДК 681.51

НЕЛИНЕЙНО ПРЕОБРАЗОВАННАЯ ГИБРИДНАЯ СИСТЕМ ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Шевко Д.Г.

Амурский государственный университет, Благовещенск, Россия, e-mail: shevko@mail.ru

В статье рассматривается метод построения гибридной нелинейно преобразованной системы прямого адаптивного управления.

Ключевые слова: адаптивное управление, гибридная система.

NONLINEAR TRANSFORMED HYBRID SYSTEM OF DIRECT ADAPTIVE CONTROL

Shevko D.G.

Amur State University, Blagoveshchensk, Russia, e-mail: shevko@mail.ru

The paper deals with the method of constructing the hybrid nonlinear transformed system of direct adaptive control.

Keywords: adaptive control, hybrid system.

Гибридные системы прямого адаптивного управления (ГСПАУ) с явной эталонной моделью (ЭМ) составляют большой класс адаптивных систем управления, в которых желаемое движение задается конкретным физически реализованным устройством, построенным с использованием традиционных методов синтеза адаптивных систем автоматического управления [1 – 9].

За основу работы контура адаптации ГСПАУ принимается вектор рассогласования $e(t)$. Поскольку желаемое качество процесса в основном контуре ГСПАУ определяется динамикой ЭМ, то при разработке адаптивной системы управления, а также ее технической реализации не требуется каких-либо дополнительных измерителей качества функционирования основного контура ГСПАУ, что придает системе относительную простоту, делая ее доступной и удобной для практического применения.

<u>Постановка задачи.</u> Рассмотрим объект управления (ОУ), описываемый уравнением

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) + f(t), \qquad (1)$$

$$y(t) = L^T x(t),$$

и дискретный адаптивный регулятор со следующей структурой:

$$u_k = \chi_{1,k} r_k + \chi_{2,k} y_k, \;\; y_k = y(t_k) \;\; u(t) = u_k \;\; \text{при } t_k \le t < t_{k+1}, \qquad (2)$$

где $x(t) \in R^n$ – вектор состояния объекта; $y(t) \in R^l$ – вектор выхода объекта; $u(t) \in R^m$ – вектор управляющих воздействий; $\chi_{1,k}$ и $\chi_{2,k}$ – матрицы настраиваемых коэффициентов регулятора; $r_k \in R^m$ – вектор задающих воздействий; $t_k = k\tau$ – дискретный аналог времени; $\tau = const > 0$ – шаг дискретизации; $k = 0, 1, 2, \ldots$ – номер шага; A, B и L – матрицы заданного размера соответственно состояния, управления и выхода; $f(t) \in R^n$ – вектор возмущений или помех, который может быть как затухающим и удовлетворять неравенству

$$\int_0^\infty \|f(t)\|^2 dt < \infty \qquad (3)$$

так и ограниченным по норме

$$\|f(t)\| \le f_0 = const. \qquad (4)$$

Относительно функционирования объекта (1) предполагается, что уровень априорной неопределенности задан условиями

$$A = A(\xi), \;\; B = B(\xi),$$

$$f(t) = f_\xi(t), \;\; \xi \in \Xi, \qquad (5)$$

где ξ – набор всех неизвестных параметров; Ξ – известное множество возможных значений ξ.

Желаемое поведение ОУ (1) задается с помощью эталонной модели, описываемой уравнениями:

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A_M \bar{x}(t) + B_M r(t),$$

$$\bar{y}(t) = L^T \bar{x}(t), \qquad (6)$$

где $\bar{x}(t) \in R^n$ – вектор состояния ЭМ; $\bar{y}(t) \in R^l$ – вектор выхода ЭМ; A_M и B_M – постоянные матрицы соответствующих размеров, причем A_M – гурвицева; $r(t)=r_k$ при $t_k \le t < t_{k+1}$.

Как обычно при адаптивном подходе, осуществляется настройка коэффициентов адаптивного регулятора по некоторым алгоритмам, вид которых подлежит определению, исходя из выполнения целевых условий.

Требуется решить следующие задачи.

Задача 1. Если вектор возмущений $f(t)$ удовлетворяет соотношению (3), то при любых начальных условиях и любом $\xi \in \Xi$ синтезировать систему, обладающую свойствами

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty}(\bar{x}(t) - x(t)) = 0 \qquad (7)$$

$$\lim_{k\to\infty} \chi_{1,k} = \chi_{1*} = const,$$

$$\lim_{k\to\infty} \chi_{2,k} = \chi_{2*} = const. \qquad (8)$$

Задача 2. Если вектор помех удовлетворяет ограничению (4), но противоречит условию (3), то при любых начальных условиях и любом $\xi \in \Xi$ синтезировать систему со свойствами

$$\lim_{t\to\infty} \| e(t) \| = \lim_{t\to\infty} \| \bar{x}(t) - x(t) \| \le \sigma = const, \quad (9)$$

$$\lim_{k\to\infty} \chi_{1,k} \le \chi_{1*} = const,$$

$$\lim_{k\to\infty} \chi_{2,k} \le \chi_{2*} = const. \qquad (10)$$

Решение задачи 1 будем осуществлять, выделяя соответствующие этапы синтеза адаптивных систем управления, основываясь на методике построения ГСПАУ, суть которой изложена в работах [1 – 9].

Первый этап синтеза. Рассмотрим решение задачи построения алгоритмов настройки для системы со скалярным управлением, т.е. случай, когда она описывается уравнениями

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + bu(t) + f(t),$$

$$y(t) = L^T x(t), \qquad (11)$$

$$u_k = \chi_{1,k} r_k + \chi_{2,k}^T y_k, \quad y_k = y(t_k), \quad u(t) = u_k$$

$$\text{при } t_k \le t < t_{k+1}, \qquad (12)$$

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A_M \bar{x}(t) + b_M r(t),$$

$$\bar{y}(t) = L^T \bar{x}(t), \qquad (13)$$

В предположении отсутствия помех, малости шага дискретизации τ и используя обозначение

$$e(t) = \bar{x}(t) - x(t), \qquad (14)$$

а также учитывая соотношение (12) и условия структурного согласования

$$A_M - A = b\chi_{2*}^T L^T, \quad b_M = b\chi_{1*},$$

можно в ходе преобразований результата вычитания первого уравнения (11) из первого уравнения (13) получить следующее эквивалентное математическое описание исследуемой системы:

$$\frac{de(t)}{dt} = A_M e(t) + b\mu(t), \quad \nu(t) = g^T L^T e(t), \quad (15)$$

$$\mu_k = (\chi_{1*} - \chi_{1,k}) r_k + (\chi_{2*} - \chi_{2,k})^T y_k, \quad (16)$$

$$\mu(t) = \mu_k \text{ при } t_k \le t < t_{k+1}, \qquad (17)$$

где $\nu(t) \in R^1$ – обобщенный выход эквивалентной системы; g – постоянный вектор, элементы которого подлежат выбору.

Второй этап синтеза.

Проведение синтеза на этой стадии разработки ГСПАУ состоит в разрешении проблемы положительности относительно линейной стационарной части (ЛСЧ) исходной системы управления с эквивалентным математическим описанием вида (15), (16), (17). Стандартный подход к решению такой задачи – обеспечение свойств вещественности и положительности передаточной функции линейной стационарной части системы:

$$W(\lambda) = g^T L^T (\lambda E - A_M)^{-1} b =$$

$$= \frac{g^T L^T (\lambda E - A_M)^+ b}{\det(\lambda E - A_M)}, \qquad (18)$$

где E – единичная матрица; $(\lambda E - A_M)^+$ – матрица, присоединенная к матрице $(\lambda E - A_M)$. Известно, что для получения $W(\lambda)$ с указанными свойствами необходимо и достаточно вектор g выбрать таким образом, чтобы в условиях априорной неопределенности (5) полином $g^T L^T (\lambda E - A_M)^+ b$ был бы гурвицевым степени $(n-1)$ с положительными коэффициентами.

Третий этап синтеза. Для нелинейной нестационарной части (ННЧ) исследуемой системы необходимо показать справедливость следующего неравенства:

$$\eta(0,k_1) = -\sum_{k=0}^{k_1} \mu_k \nu_k \geq -\gamma_0^2 = const, \ \forall k_1 \geq 0, \quad (19)$$

где $\nu_k = \nu(t_k)$.

При решении проблемы положительности ННЧ исходной системы (15), (16), (17) воспользуемся результатами нелинейного преобразования и рассмотрим вместо неравенства (19) неравенство, записанное относительно нелинейно преобразованной системы:

$$\eta(0,k_1) = -\sum_{k=0}^{k_1} \mu_k z_k \geq -\gamma_0^2 = const, \ \forall k_1 \geq 0, \quad (20)$$

где $z_k = z(t_k)$, $z(t) = g^T L^T e(t) \| e(t) \|^q$.

Используя уравнение (16), получим (21):

$$\sum_{k=0}^{k_1} ((\chi_{1,k} - \chi_{1,*}) r_k + (\chi_{2,k} - \chi_{2,*})^T y_k) z_k \geq -\gamma_0^2.$$

Теперь положим:

$$\chi_{1,k} = \chi_{1,k-1} + \varphi(z_k), \quad (22)$$

$$\chi_{2,k} = \chi_{2,k-1} + \phi(z_k), \quad (23)$$

или

$$\chi_{1,k} = \sum_{i=0}^{k} \varphi(z_i) + \chi_{1,-1}, \quad (24)$$

$$\chi_{2,k} = \sum_{i=0}^{k} \phi(z_i) + \chi_{2,-1}, \quad (25)$$

тогда получим неравенство:

$$\eta(0,k_1) = \sum_{k=0}^{k_1} z_k \left(\sum_{i=0}^{k} \varphi(z_i) + \chi_{1,-1} - \chi_{1*} \right) r_k + \sum_{k=0}^{k_1} z_k \left(\sum_{i=0}^{k} \phi(z_i) + \chi_{2,-1} - \chi_{2*} \right)^T y_k \geq -\gamma_0^2, \quad (26)$$

которое будет выполняться, если оба члена левой части удовлетворяют неравенству того же типа.

Для определения явного вида функций φ и ϕ, удовлетворяющих неравенствам, воспользуемся следующим соотношением:

$$\sum_{k=0}^{k_1} F_k \left(\sum_{i=0}^{k} F_i + C \right) = \frac{1}{2} \left(\left(\sum_{k=0}^{k_1} F_k + C \right)^2 + \sum_{k=0}^{k_1} F_k^2 - C^2 \right) \geq -\frac{1}{2} C^2, \quad (27)$$

где C = *const*. Используя (27), получим функции φ и ϕ в виде

$$\varphi(z_k) = h_1 z_k r_k, \ h_1 = const > 0, \quad (28)$$

$$\phi(z_k) = H_2 z_k y_k, \ H_2 = diag\{h_{2i}\},$$

$$h_{2i} = const > 0, \ i = \overline{1,l}, \quad (29)$$

алгоритмы адаптации коэффициентов регулятора

$$\chi_{1,k} = \chi_{1,k-1} + h_1 z_k r_k, \quad (30)$$

$$\chi_{2,k} = \chi_{2,k-1} + H_2 z_k y_k. \quad (31)$$

Рассматривая вопрос технической реализуемости алгоритмов (30), (31), необходимо указать, что для их реализации требуется полностью измерять вектор состояния объекта (11).

В тех случаях, когда вектор состояния ОУ измеряется не полностью, алгоритмы адаптации (30), (31) должны быть модифицированы. Для этой цели, опираясь на результаты приложения к работе [6], перепишем неравенство (20) следующим образом:

$$\eta(0,k_1) = -\sum_{k=0}^{k_1} \mu_k z_k \Phi_k \geq -\gamma_0^2 = const,$$

$$\forall k_1 \geq 0, \quad (32)$$

где введена функция $\Phi_k \geq 0$, которая явно описывается уравнением

$$\Phi_k = z_k^{-1} \nu_k \| \nu_k \|^q, \ q = 0,1,2,... \quad (33)$$

Как показано в [6], если разрешимо неравенство (32), то из этого следует и разрешимость (20). Следовательно, выполняя синтез адаптивных алгоритмов по приведенной выше схеме, но используя вместо выражения (20) соотношения (32), (33), находим, что алгоритмы (30), (31) получат следующую модифицированную форму:

$$\chi_{1,k} = \chi_{1,k-1} + h_1 \nu_k \| \nu_k \|^q r_k, \quad (34)$$

$$\chi_{2,k} = \chi_{2,k-1} + H_2 \nu_k \| \nu_k \|^q y_k. \quad (35)$$

Четвертый этап синтеза. В силу решения в системе управления (15), (16), (17) проблем положительности ЛСЧ и ННЧ, причем для любых начальных условий, и при наличии априорной неопределенности (5) эту систему, согласно критерию гиперустойчивости, следует считать асимптотически гиперустойчивой [9].

Таким образом, благодаря выполнению предельного соотношения

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = 0 \quad (36)$$

цель управления вида (7) также имеет место.

При этом с учетом явного вида алгоритмов самонастройки коэффициентов регулятора, очевидно, будут выполнены предельные соотношения

$$\lim_{k\to\infty}\chi_{1,k}=const,\quad \lim_{k\to\infty}\chi_{2,k}=const, \quad (37)$$

отвечающие требованиям соответствующих целевых условий (8).

Если же вернуться от математического описания ГСПАУ, представленного в эквивалентном виде, к исходному описанию (уравнениям объекта управления, эталонной модели и адаптивного регулятора), то синтезированная ГСПАУ с алгоритмами (30), (31) математически будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{dx(t)}{dt}=Ax(t)+bu(t)+f(t),$$

$$y(t)=x(t), \quad (38)$$

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt}=A_M\bar{x}(t)+b_Mr(t),$$

$$\bar{y}(t)=\bar{x}(t), \quad (39)$$

$$e(t)=\bar{x}(t)-x(t),$$

$$z(t)=g^Te(t)\,\|e(t)\|^q, \quad (40)$$

$$u_k=\chi_{1,k}r_k+\chi_{2,k}^Ty_k,\ y_k=y(t_k), \quad (41)$$

$$\chi_{1,k}=\chi_{1,k-1}+h_1z_kr_k,\ h_1=const>0,$$

$$z_k=z(t_k), \quad (42)$$

$$\chi_{2,k}=\chi_{2,k-1}+H_2z_ky_k, \quad (43)$$

$$H_2=diag\{h_{2i}\},\ h_{2i}=const>0,\ i=\overline{1,l},$$

$$u(t)=u_k \text{ при } t_k\le t<t_{k+1}. \quad (44)$$

При этом система управления с алгоритмами (34), (35) описывается уравнениями:

$$\frac{dx(t)}{dt}=Ax(t)+bu(t)+f(t),\ y(t)=L^Tx(t), \quad (45)$$

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt}=A_M\bar{x}(t)+b_Mr(t),\ \bar{y}(t)=L^T\bar{x}(t), \quad (46)$$

$$\nu(t)=g^T(\bar{y}(t)-y(t)), \quad (47)$$

$$u_k=\chi_{1,k}r_k+\chi_{2,k}^Ty_k,\ y_k=y(t_k), \quad (48)$$

$$\chi_{1,k}=\chi_{1,k-1}+h_1\nu_k\,\|\nu_k\|^q\,r_k,$$

$$h_1=const>0, \quad (49)$$

$$\chi_{2,k}=\chi_{2,k-1}+H_2\nu_k\,\|\nu_k\|^q\,y_k,$$

$$\nu_k=\nu(t_k), \quad (50)$$

$$H_2=diag\{h_{2i}\},\ h_{2i}=const>0,\ i=\overline{1,l},$$

$$u(t)=u_k \text{ при } t_k\le t<t_{k+1}. \quad (51)$$

Решение задачи 2 возможно за счет огрубления полученных алгоритмов самонастройки путем введения в контур адаптации местных дополнительных обратных связей.

Список литературы

1. Шевко Д.Г. Алгоритмы настройки для гибридной системы управления с запаздыванием // Молодой ученый. – 2014. – № 19. – С. 262-263.

2. Шевко Д.Г. Гибридная система прямого адаптивного управления неминимально-фазовым объектом // Информатика и системы управления. – 2002. – № 1. – С. 112-120.

3. Шевко Д.Г. Критерий гиперустойчивости и синтез нелинейно-преобразованных гибридных систем прямого адаптивного управления // Вестник Амурского государственного университета. Серия: Естественные и экономические науки. – 2012. – № 57. – С. 65-69.

4. Шевко Д.Г. Метод синтеза гибридных систем адаптации // Молодой ученый. – 2014. – № 21. – С. 251-253.

5. Шевко Д.Г. Модели и алгоритмы нелинейно преобразованных гибридных систем прямого адаптивного управления: дис. … канд. техн. наук. – 2003. – 149 с.

6. Шевко Д.Г. Синтез и нелинейные преобразования гибридных систем прямого адаптивного управления // Информатика и системы управления. – 2002. – № 2. – С. 133-144.

7. Шевко Д.Г., Козюра В.Е. Гибридная система управления с запаздыванием по состоянию // Молодой ученый. – 2015. – № 1. – С. 113-115.

8. Шевко Д.Г., Козюра В.Е., Павельчук А.В. Способы построения гибридных систем управления // Молодой ученый. – 2015. – № 7. – С. 225-226.

9. Landau I.D. Adaptive control systems: the model reference approach. – N.Y.: Marsel Dekker, 1979. – 406 p.